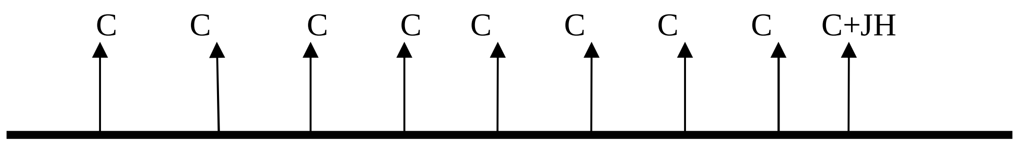
Obligace (dluhopisy)

Jiří Málek, KBP, VŠE

Obligace (dluhopisy, bondy)

- Závazek emitenta vyplácet pravidelně kupónové platby a v závěru jmenovitou hodnotu



Obligace (dluhopisy, bondy)

Rozdělení

- **Podle doby splatnosti**
  - Krátkodobé-do 1 roku (pokladniční poukázky, T-bills)
  - Střednědobé –do 4let (T-notes)
  - Dlouhodobé – až 30 let (T-bonds)
  - Konzoly-teoreticky mohou trvat nekonečně dlouho
- **Podle kupónové platby**
  - Fixní kupón
  - Plovoucí kupón
  - Bezkupónové (zero bondy, diskontované dluhopisy)
- **Podle emitenta**
  - Vládní
  - Korporativní
  - Municipální

Obligace (dluhopisy, bondy)

- Další typy:
- Obligace s call opcí
- Obligace s put opcí
- Konvertibilní obligace

Ohodnocování dluhopisů

- současná hodnota

$$PV = \frac{C_1}{1+i} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + ... + \frac{C_n}{(1+i)^n} + \frac{JH}{(1+i)^n}$$

- C_j kupónová platba
- JH jmenovitá hodnota
- n doba do splatnosti
- PV současná hodnota
- i požadovaná výnosnost

Ohodnocování dluhopisů

$$PV = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{JH}{(1+i)^n}$$

$$PV = JH * \left[\frac{k}{i} + \frac{i-k}{i*(1+i)^n} \right]$$

k….. kupónová míra
*C=k*JH*

Příklad

- Ohodnoťte obligaci s jmenovitou hodnotou 1000Kč, kupónem 15% a splatností 5let. Požadovaná výnosnost je 10%.

a)Kupóny jsou vypláceny ročně

Vstupy:

JH=1000

k=0,15

i=0,1

n=5

$$P = 1000\left[\frac{0,15}{0,1} + \frac{0,1-0,15}{0,1\times(1+0,1)^5}\right] = 1189,54$$

Příklad (pokr.)

- b) kupóny jsou vypláceny pololetně

Vstupy:
JH=1000
k=0,075
i=0,05
n=10

$$P = 1000\left[\frac{0,075}{0,05} + \frac{0,05 - 0075}{0,05 \times (1+0,05)^{10}}\right] = 1193$$

Vztah PV a i

- PV = JH $\Leftrightarrow$ i = k
- PV > JH $\Leftrightarrow$ i < k
- PV < JH $\Leftrightarrow$ i > k
- PV $\uparrow$ $\Leftrightarrow$ i $\downarrow$
- PV $\downarrow$ $\Leftrightarrow$ i $\uparrow$

Měření výnosnosti obligací

- Výnosnost do doby splatnosti

$$P\left(\text{tržní cena}\right)=\frac{C_1}{1+i}+\frac{C_2}{(1+i)^2}+\frac{C_3}{(1+i)^3}+\ldots+\frac{C_n}{(1+i)^n}+\frac{JH}{(1+i)^n}$$

i(neznámá) … výnosnost do doby splatnosti

Měření výnosnosti obligací

- **Výnosnost za dobu držby**

$$\text{Kupní cena} = \frac{C_1}{1+i} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{C_n}{(1+i)^n} + \frac{\text{Prodejní cena}}{(1+i)^n}$$

- **Čistá výnosnost**

$$\text{Kupní cena} = \frac{C_1(1-d)}{1+i} + \frac{C_2(1-d)}{(1+i)^2} + \frac{C_3(1-d)}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{C_n(1-d)}{(1+i)^n} + \frac{JH}{(1+i)^n}$$

d…daňová míra

Měření výnosnosti obligací

- Běžná výnosnost

$$i_c = \frac{C}{P}$$

i_c	běžná výnosnost
C	kupónová platba
P	cena dluhopisu

Příklad

- Vypočítejte běžnou výnosnost obligace s kupónem 10%, JH=1000, která byla koupena za 900Kč.

$$BV = \frac{100}{900} = 0{,}11 \ \ (11\%)$$

Měření výnosnosti obligací

- Rendita

$$R = \text{běžná výnosnost} + \text{kapitálová výnosnost}$$

$$= \frac{C}{P} + \frac{\text{Prodejní cena - Kupní cena}}{t \times \text{Kupní cena}}$$

t…. Doba držby (v letech)

Příklad

- Vypočítejte renditu obligace s kupónem 10%, JH=1000, která byla koupena za 900Kč a prodána za 2 roky za 1200Kč.

Řešení:

$$R = \frac{100}{900} + \frac{1200 - 900}{2 \times 900} = 0,2777\left(27,77\%\right)$$

Kurz obligace

- Jedná se poměr ceny obligace ku jmenovité hodnotě vyjádřené v procentech:

$$KO = \frac{P}{JH} \times 100\%$$

Příklad

- Vypočítejte kurz obligace splatné za 3 roky,kupónem 10% (roční) a výnosností do splatnost 11%

Řešení

$$P = JH \times \left[\frac{0,1}{0,11} - \frac{0,1 - 0,11}{0,11(1 + 0,11)^3} \right]$$

$$KO = \frac{P}{JH} \times 100\% = \frac{JH \times \left[\frac{0,1}{0,11} - \frac{0,1 - 0,11}{0,11(1 + 0,11)^3} \right]}{JH} \times 100\%$$

$$= \left[\frac{0,1}{0,11} - \frac{0,1 - 0,11}{0,11(1 + 0,11)^3} \right] \times 100\% = 97,86\%$$

Zero bondy

- Cena je kótována na základě diskontu Y_D

$$P = JH\left(1 - \frac{Y_D}{100}\frac{t}{360}\right)$$

t počet dnů do splatnosti

Zero bondy

- Výnosnost Y vypočteme (při jednoduchém úročení) na základě vztahu

$$\frac{JH}{1+\frac{t}{360}Y} = JH\left(1-\frac{Y_D}{100}\frac{t}{360}\right)$$

Příklad

- Zero bond s JH=1000 se splatností 50 dnů je kótován Y_D =5
- Cena

$$P = 1000\left(1 - \frac{5}{100}\frac{50}{360}\right) = 993,56$$

Výnosnost do splatnosti:

$$Y = 5,035\%$$

$$993,055 = \frac{1000}{1 + \frac{t}{360} * Y}$$

$$Y = \frac{1000 - 993,055}{\frac{50}{360} * 993,055}$$

$$= 0,05035 (5,035\%)$$

Durace

- Citlivost ceny dluhopisu na změny úrokových měr
- U kupónových dluhopisů je durace vážený průměr dob splatnosti jednotlivých plateb.

  Váha – poměr diskontované hodnoty kupónu a ceny dluhopisu.
- Durace se někdy interpretuje jako střední doba splatnosti

Durace

$$D = -\frac{dP}{di}\frac{1+i}{P}$$

Durace (Maculayova) je vlastně elasticita (pružnost) ceny dluhopisu vzhledem k úrokové míře:

$$D \cong -\frac{\frac{\Delta P}{P}\times 100\%}{\frac{\Delta i}{1+i}\times 100\%}$$

Durace kupónového dluhopisu

$$D = \sum_{t=1}^{n} t * w_t$$

$$w_t = \frac{\frac{C_t}{(1+i)^t}}{P}, \quad t = 1, 2, \ldots n-1$$

$$w_n = \frac{\frac{C_n + JH}{(1+i)^n}}{P}$$

- i výnosnost do doby splatnosti
- *P* cena dluhopisu

Odvození durace kupónového bondu

$$P = \frac{C_1}{1+i} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \frac{C_3}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{C_n}{(1+i)^n} + \frac{JH}{(1+i)^n}$$

$$\frac{dP}{di} = -\frac{C_1}{\left(1+i\right)^2} - \frac{2C_2}{(1+i)^3} - \ldots - \frac{nC_n}{(1+i)^{n+1}} - \frac{nJH}{(1+i)^{n+1}}$$

$$D = -\frac{dP}{di}\frac{1+i}{P} = \frac{\frac{C_1}{1+i} + 2\frac{C_2}{(1+i)^2} + \ldots + n\frac{C_n}{(1+i)^n} + n\frac{JH}{(1+i)^n}}{P}$$

$$= \frac{\frac{C_1}{1+i}}{P} + 2\frac{\frac{C_2}{(1+i)^2}}{P} + 3\frac{\frac{C_3}{(1+i)^3}}{P} + \ldots + n\frac{\frac{C_n + JH}{(1+i)^n}}{P}$$

$$= \sum_{t=1}^{n} t w_t$$

Durace

Závislost na kupónu a době do splatnosti

n/k	1	5	10	20	50
2%	0,995	4,74	8,76	14,02	14,83
4%	0,990	4,53	7,98	11,96	13,44
6%	0,985	4,36	7,45	10,92	12,98
8%	0,981	4,21	7,06	10,29	12,74

Durace -vlastnosti

- menší nebo rovna době splatnosti
  - rovnost nastává pouze pro diskontované dluhopisy,
- roste, roste-li doba do splatnosti
  - mezní přírůsky klesají
  - jmenovitá hodnota má u dlouhodobějších dluhopisů menší vliv na PV
- klesá s růstem kupónové sazby
- klesá s růstem úrokové míry

Durace -vlastnosti

- s rostoucí dobou do splatnosti je pokles duration při růstu úrokových sazeb strmější,
- při vysokých úrokových sazbách může duration krátkodobého dluhopisu být vyšší než duration dlouhodobého dluhopisu

Durace

- Odhad změny ceny obligace při změně úrokové míry:

$$\Delta P = -D \times \frac{P}{1+i} \times \Delta i \qquad (*)$$

V původním vzorci pro duraci

$$D = -\frac{dP}{di}\frac{1+i}{P}$$

jsme osamostatnili *dP* a nahradili *d* symbolem Δ

Durace

- Vztah (*) je založen na Taylorově rozvoji funkce:

$$\Delta f(x) = f(x+\Delta x) - f(x) = f'(x)\Delta x + \frac{1}{2} f''(x)(\Delta x)^2 + \frac{1}{3\times 2} f'''(x)(\Delta x)^3 + \cdots$$

kde se na pravé straně bere jen první člen.

Příklad

- O kolik se změní cena obligace s JH=1000Kč,s dobou maturity 3 roky,kupónem 10% (roční výplata)a výnosností do splatnosti 8% vzroste-li úroková míra o 1%?
- Řešení
- **a) Původní cena obligace**

$$P_0 = 1000\left[\frac{0,1}{0,08} - \frac{0,1-0,08}{0,08\left(1+0,08\right)^3}\right] = 1051,5$$

Příklad (pokr.)

- **b) Durace**

$$D = \frac{\frac{100}{(1+0,08)} + 2\frac{100}{(1+0,08)^2} + 3\frac{100+1000}{(1+0,08)^3}}{1051,5} = 2,7424$$

c) Změna ceny

$$\Delta P = -2.7424 \times \frac{1051,5}{1+0,08} \times 0,01 = -26,7$$

d) Nová cena

$$P_1 = P_0 + \Delta P = 1051,5 - 26,7$$

$$= 1024,8$$

Durace- pololetní platby kupónů

$$D=\frac{1}{2}\left[\frac{\frac{C/2}{1+i/2}}{P}+2\frac{\frac{C/2}{(1+i/2)^{2}}}{P}+3\frac{\frac{C/2}{(1+i/2)^{3}}}{P}+\ldots+n\frac{\frac{C/2+JH}{(1+i/2)^{n}}}{P}\right]$$

Příklad

Vyjdeme z předchozího příkladu s tím rozdílem, že kupón bude vyplácen pololetně

Řešení

a) Určení ceny obligace

$$P = 1000\left[\frac{0,05}{0,04} - \frac{0,05 - 0,04}{0,04\left(1 + 0,04\right)^{6}}\right]$$

$$= 1052,4$$

Příklad (pokr.)

- b) Určení durace

$$P = \frac{1}{2}\left[\frac{\frac{50}{(1+0,04)} + 2\frac{50}{(1+0,04)^2} + 3\frac{50}{(1+0,04)^3} + \cdots + 6\frac{50+1000}{(1+0,04)^6}}{1052,4}\right]$$

$$= \frac{1}{2}5,3490 = 2,6745$$

Příklad (pokr.)

- c) Určení změny ceny obligace

$$\Delta P = -D \times \frac{P}{1+\frac{i}{2}} \times \Delta i = -2,6745 \times \frac{1052,4}{1+0,04} \times 0,01$$
$$= -27,06$$

d) Nová cena obligace

$$P_1 = P_0 + \Delta P = 1052,4 - 27,06$$
$$= 1025,34$$

Konvexita

- Konvexita bere v úvahu zakřivení cenové funkce obligace
- Většinou je definována vztahem

$$\text{conv} = \frac{1}{P}\frac{d^2P}{di^2}$$

Konvexita

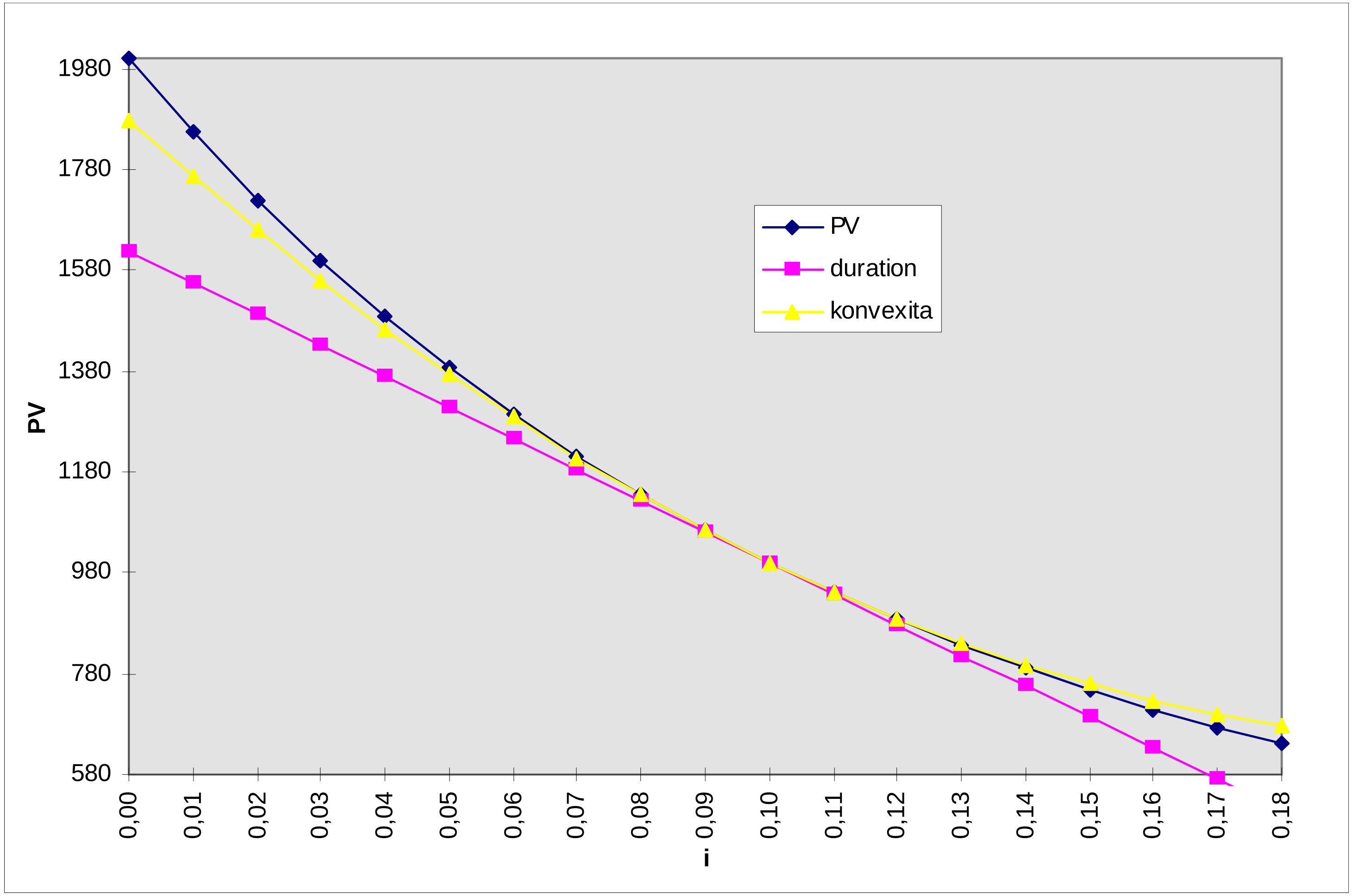
- Odhad změny ceny obligace pomocí konvexity

$$\Delta P = -D\frac{P}{1+i}\Delta i + \frac{1}{2}P \times conv \times \left(\Delta i\right)^2$$

V Taylorově rozvoji se bere v úvahu i druhý člen

Konvexity se využívá, jestliže očekáváme větší změny úrokové míry

Konvexita


PV
duration
konvexita
1980
1780
1580
1380
1180
980
780
580
PV
0,00
0,01
0,02
0,03
0,04
0,05
0,06
0,07
0,08
0,09
0,10
0,11
0,12
0,13
0,14
0,15
0,16
0,17
0,18
i

Imunizace

- Banka má ve své bilanci úrokově citlivá aktiva a závazky
- Cílem je, aby rovnost aktiv a závazků byla zachována i při malých změnách úrokových měr:

SH aktiv =SH závazků

Durace aktiv=Durace závazků

SH ….současná hodnota

Příklad - Imunizace

- Předpokládejme, že firma provést jednu platbu ve velikosti 10 000 000Kč za 2 roky. Manažer uvažuje jak prostředky do té doby investovat. K dispozici jsou následující obligace se splatností 1 a 3 roky:
- Kdyby vše investoval do ročních obligací, pak čelí reinvestičnímu riziku. Tyto obligace budou za rok vyplaceny, ale pokud se mezitím úrokové míry snížily, pak koupě nových ročních obligací bude dražší než se předpokládalo.
- Pokud by investoval veškerou částku do tříletých obligací, pak čelí riziku prodejní ceny, neboť obligace bude muset za dva roky prodat. Při vzestupu úrokových měr by ceny obligací poklesly a závazek by nemusel být splněn

Příklad

Obligace	Kupon	Jmenovitá hodnota	Doba do splatnosti	Cena	Výnos do splatnosti	Durace
A	7%	10 000	1 rok	9727.30	10%	1
B	8%	10 000	3 roky	9502.50	10%	2,78

Příklad (pokr.)

- SH závazku

$$8\,264\,460 = \frac{10\,000\,000}{(1+0{,}1)^2}$$

- SH aktiv= SH závazků

$$w_1 * 8\,264\,460 + w_2 * 8\,264\,460 = 8\,264\,460$$

w_1, w_2.....váhy investitic do jednoletých

resp. tříletých obligací

Příklad (pokr.)

- Durace aktiv= Durace závazků

$$w_1 * 1 + w_2 * 2,78 = 2$$

- Vyřešením rovnic

$$w_1 * 1 + w_2 * 2,78 = 2$$

$$w_1 * 8\,264\,460 + w_2 * 8\,264\,460 = 8\,264\,460$$

dostáváme

$$w_1 = 0.4382$$

$$w_2 = 0.5618$$

Příklad (pokr.)

- Tedy budeme investovat investovat 43.82% prostředků do ročních obligací a 56.18% do tříletých obligací.
- Jelikož současná hodnota závazku je 8 264 460 Kč, bude do ročních obligací investováno 3 621 490 Kč do ročních obligací a 4 642 970 Kč do tříletých obligací.
- Investice 3 621 490 Kč znamená koupi 373 kusů ročních obligací a investice 4 642 970 Kč znamená koupi 488 kusů tříletých obligací (zaokrouhlení na celá čísla) .

Alikvotní úrokový výnos

- Cena dluhopisu=kótovaná cena+AUV
- AUV je poměrná část kupónové platby určená dobou od poslední kupónové výplaty:

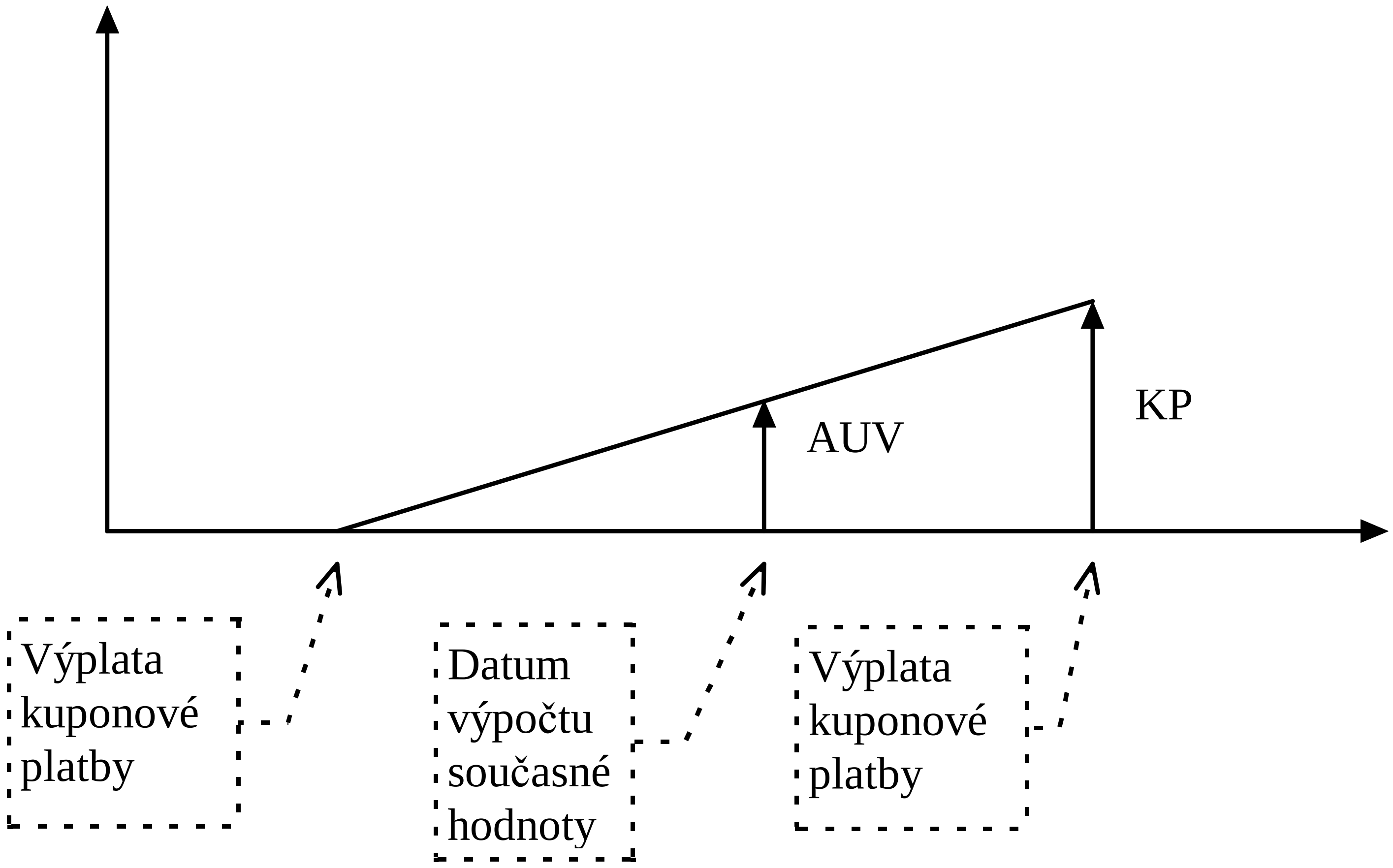
$$AUV = \frac{d}{D} C$$

d …počet dnů od poslední výplaty kupónu

D…počet dnů mezi kupónovými platbami

C.....kupónová platba

AUV



AUV
KP
Výplata kuponové platby
Datum výpočtu současné hodnoty
Výplata kuponové platby

Příklad

- Určete cenu dluhopisu s JH=10 000Kč, pololetním kupónem 15%, jehož kótovaná cena 16.6. 2000 je 10 190,20Kč. Kupóny jsou vypláceny vždy 1.4 a 1.10.

Řešení

a) počet dnů mezi 1.4 a 1.10 je 183

b) počet dnů mezi 1.4 a 16.6. je 76

(lze použít vhodnou funkci v Excelu)

Příklad –pokr.

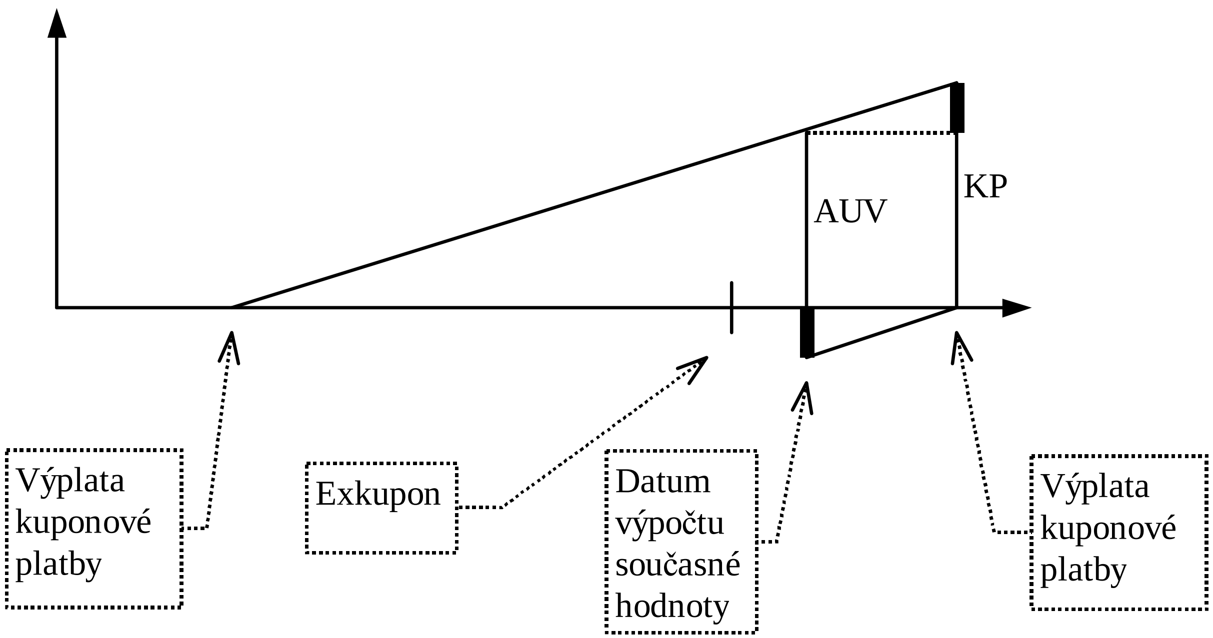
- AUV=(76/183)*(0,075*10 000)=311,48
- Cena dluhopisu 16.6. 2000 je

  P=10 190,2+311,48

  =<u>10 501,68Kč</u>

Ex-kupón- záporný AUV

Pokud vlastníte obligaci v čase exkupónu, máte právo na výplatu kupónu i v případě, že v době výplaty kupónu už obligaci nevlastníte. V čase mezi ex-kupónem a kupónem je AUV záporný.



Příklad – záporný AUV

- Vypočítejte cenu obligace 5.11.2008, je-li kótovaná cena je 27 282,76 Kč. Jmenovitá hodnota dluhopisu je 25 000Kč, kupón 6,8% je vyplácen pololetně vždy 22.5 a 22.11. Exkupón je 30 dnů před výplatou kupónu.

Příklad – záporný AUV

Řešení

- Jelikož čas 5.11. je 17 dnů před výplatou kupónu, bude AUV záporný.
- Počet dnů mezi kupóny je 180 (při konvenci 30/360)
- AUV=-17/180*(0,034*25 000)

  =80,28
- Cena dluhopisu je 27 282,76 – 80,28

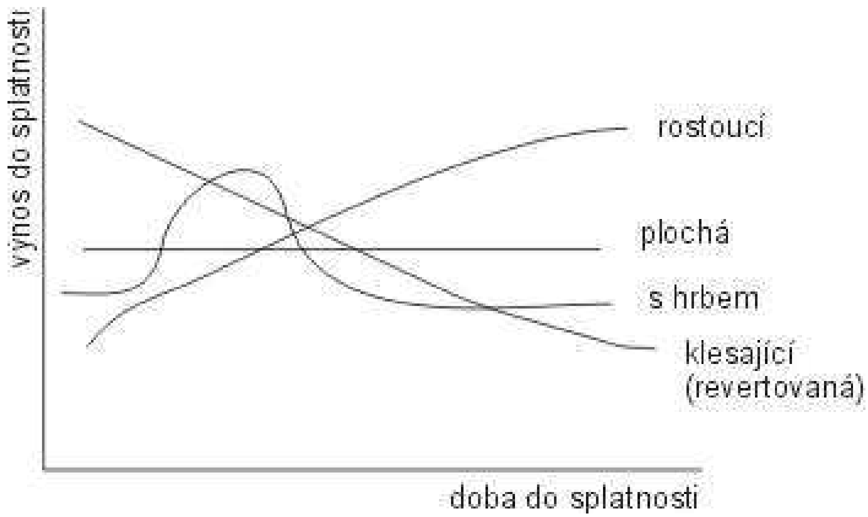
  =<u>27 202,48</u>

Výnosové křivky (Časová struktura úrokových sazeb)

- Na různá období existují různé úrokové míry
- Vládní obligace s různou dobou splatnost určují základní časovou strukturu úrokových sazeb
- Časovou strukturu je možno konstruovat i pro jiné typy (korporativní obligace stejného ratingu, mezibankovní úrokové míry, swapové míry, atd.)

Typy výnosových křivek

- konstruují se pro podobné
  - riziko, likvidita, zdanění - státní



- různý tvar
  - Rostoucí, konkávní
  - Klesající, konvexní
  - hrbatá

Využití výnosových křivek

- správa portfolia
- pro finanční zprostředkovatele
- predikce úrokových sazeb
- oceňování aktiv, závazků

Výnosové křivky - příklad

- údaje o pěti diskontovaných dluhopisech s jmenovitou hodnotou 100 Kč:

	A	B	C	D	E
n	1	2	3	4	5
P	93	85	77	68	59

n … doba do splatnosti

P …cena dluhopisu

- určit časovou strukturu úrokových měr.

Řešení

$$93 = \frac{100}{1+r_1} \qquad r_1 = 7,527\%$$

$$85 = \frac{100}{(1+r_2)^2} \qquad r_2 = 8,465\%$$

$$77 = \frac{100}{(1+r_3)^3} \qquad r_3 = 9,103\%$$

$$68 = \frac{100}{(1+r_4)^4} \qquad r_4 = 10.122\%$$

$$59 = \frac{100}{(1+r_5)^5} \qquad r_5 = 11,130\%$$

Výnosové křivky – příklad kupónové dluhopisy

	A	B	C	D	E
n	1	2	3	4	5
k	8 %	9 %	9 %	10 %	13 %
P	101	102	100	98	103

n … doba do splatnosti
k …kupón (roční)
P …cena dluhopisu

- určit časovou strukturu úrokových měr.
- ohodnotit dluhopis JH=100, kupón=8 % (roční), splatnost 4 roky

Řešení- určení časové struktury

$$101=\frac{108}{(1+r_1)} \qquad r_1=6{,}931\%$$

$$102=\frac{9}{(1+r_1)}+\frac{109}{(1+r_2)^2}=\frac{9}{(1+0{,}06931)}+\frac{109}{(1+r_2)^2}$$

$$r_2=7{,}923\%$$

$$100=\frac{9}{(1+r_1)}+\frac{9}{(1+r_2)^2}+\frac{109}{(1+r_3)^3}$$

$$=\frac{9}{(1+0{,}06931)}+\frac{9}{(1+0{,}07923)^2}+\frac{109}{(1+r_3)^3}$$

$$r_3=9{,}135\%$$

$$98=\frac{10}{(1+0{,}06931)}+\frac{10}{(1+0{,}07923)^2}+\frac{10}{(1+0{,}09135)^3}+\frac{110}{(1+r_4)^4}$$

$$r_4=11{,}035\%$$

$$103=\frac{13}{(1+0{,}06931)}+\frac{13}{(1+0{,}07923)^2}+\frac{13}{(1+0{,}09135)^3}+\frac{13}{(1+0{,}11035)^4}+\frac{113}{(1+r_5)^5}$$

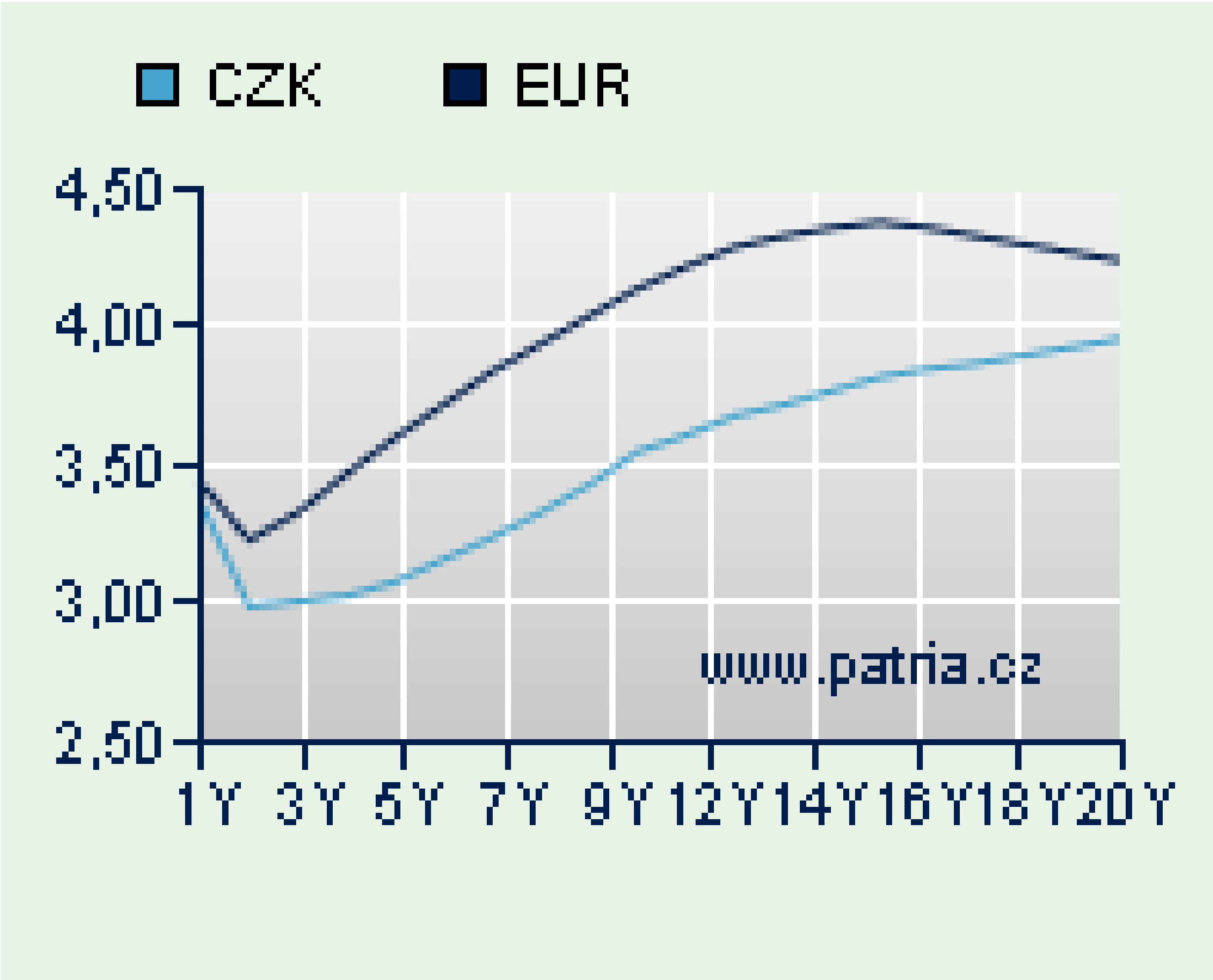
$$r_5=13{,}075\%$$

Řešení –ohodnocení obligace

$$P=\frac{8}{(1+0,06931)}+\frac{8}{(1+0,07923)^2}+\frac{8}{(1+0,09135)^3}+\frac{108}{(1+0,11035)^4}$$

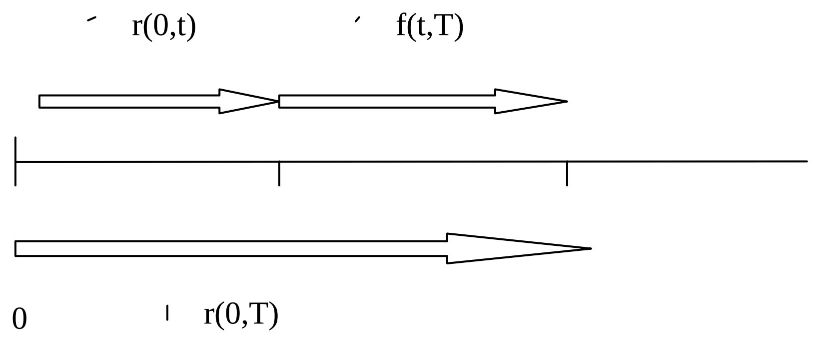
$$=91,558$$

Výnosová křivka 21.11. 2008

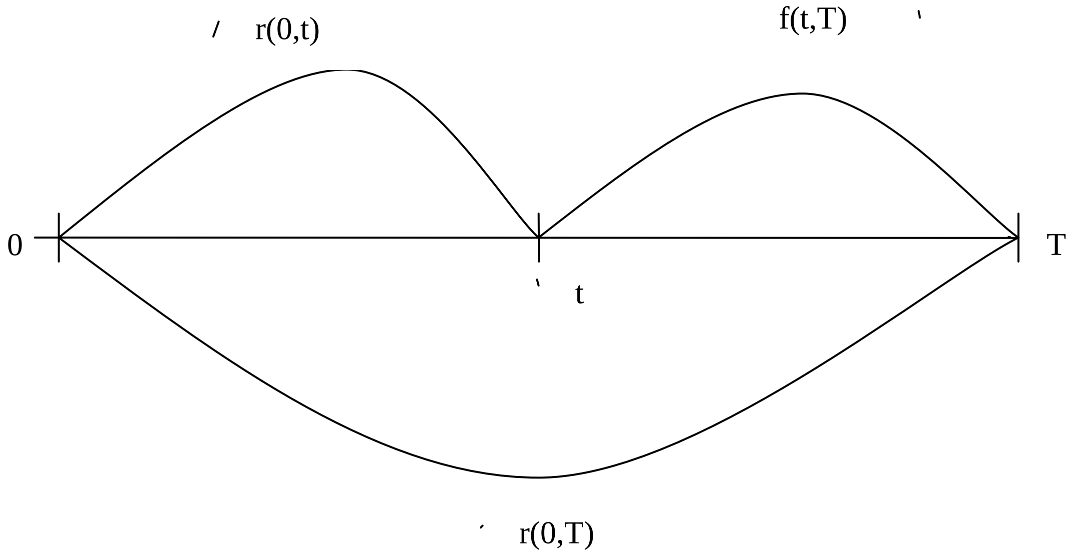


Forwardové úrokové míry (FUM)

- FUM jsou úrokové míry určené v současnosti na budoucí období



Forwardové úrokové míry



Forwardové úrokové míry

- Výpočet forwardové úrokové míry (složené úročení):

$$\left(1+r\left(t\right)\right)^{t}\left(1+f\left(t,T\right)\right)^{T-t}=\left(1+r\left(T\right)\right)^{T}$$

•Pravá strana udává zhodnocení 1Kč za dobu *T* při úrokové míře r(T).

•Levá strana udává zhodnocení 1Kč za dobu ***t*** při úrokové míře r(t) a následně za dobu *T-t* při forwardové úrokové míře f(t,T) (určené na počátku) .

•Aby neexistovala arbitráž je nutné, aby se obě investiční strategie rovnaly.

Forwardové úrokové míry

- Z předchozího vztahu plyne

$$f(t,T) = \sqrt[T-t]{\frac{\left(1+r(T)\right)^{T}}{\left(1+r(t)\right)^{t}}} - 1$$

Forwardové úrokové míry

- Příklad

Nechť spotové úrokové míry na 1,2 a 3 roky jsou postupně

$r_1 = 6\%$

$r_2 = 8\%$

$r_3 = 10\%$

Vypočítejte forwardové úrokové míry

f_{12}, f_{13}, f_{23} .

Řešení

$$f(t,T) = \sqrt[T-t]{\frac{(1+r(T))^T}{(1+r(t))^t}} - 1$$

$$f_{1,2} = \frac{(1+r_2)^2}{1+r_1} - 1$$

$$= \frac{(1+0,08)^2}{1+0,06} - 1$$

$$= 0,1004 = 10,04\%$$

Řešení –pokr.

$$f_{13} = \sqrt{\frac{(1+r_3)^3}{1+r_1}} - 1 = \sqrt{\frac{(1+0,1)^3}{1+0,06}} - 1$$

$$= 0,1206 = 12,06\%$$

$$f_{23} = \frac{(1+r_3)^3}{(1+r_2)^2} - 1 = \frac{(1+0,1)^3}{(1+0,08)^2} - 1$$

$$= 0,1411 = 14,11\%$$

Příklad

- Předpokládejme, že máme zadáno

r_1=2% (spotová roční sazba)

f_{12}=2,5%

f_{23}=3%

f_{34}=4%

Vypočítejte spotové sazby r_2 , r_3 , r_4

Řešení (stručně)

- Využijeme vztahu

$$\left(1+r(t)\right)^t \left(1+f(t,T)\right)^{T-t} = \left(1+r(T)\right)^T$$

Výpočet r_2:

$$(1+r_1)(1+f_{12}) = (1+r_2)^2$$

$$(1+0,02)(1+0,025) = (1+r_2)^2$$

$$r_2 = 0,0225 = 2,25\%$$

Řešení (pokr.)

- Podobně dostáváme

r_3 =2,5%,

r_4 =2,87%

Poučení:

Jestliže známe spotové úrokové míry známe i forwardové, a naopak známe-li forwardové úrokové míry známe i spotové míry.

Forwardové úrokové míry

- Použití spojitého úročení (používá se spíše v teorii nebo pro interní výpočty)

$$e^{r_t t} \times e^{f_{t,T}(T-t)} = e^{r_T T}$$

$$f_{t,T} = \frac{r_T \times T - r_t \times t}{T - t}$$

Forwardové úrokové míry

- Použití jednoduchého úročení (používá se většinou v případě kratších období, do 1 roku).

$$(1+r_t \times t)\left(1+f_{t,T} \times (T-t)\right)=(1+r_T \times T)$$

$$f_{t,T}=\frac{r_T \times T - r_t \times t}{(1+r_t \times t)(T-t)}$$

Příklad

- Předpokládejme, že 3měsíční spotová úroková míra r_3 =5% a 9m spotová úroková míra r_9 =7% . Vypočítejte forwarovou úrokovou míru f_{39}.

Řešení

a) Použití jednoduchého úročení

$$f_{t,T} = \frac{r_T \times T - r_t \times t}{(1 + r_t \times t)(T - t)}$$

$$f_{t,T} = \frac{0,07 \times \frac{9}{12} - 0,05 \times \frac{3}{12}}{\left(1 + 0,05 \times \frac{3}{12}\right)\left(\frac{9}{12} - \frac{3}{12}\right)}$$

$$= 7,62\%$$

Příklad (pokr.)

- b) Použití spojitého úročení

$$f_{t,T} = \frac{r_T \times T - r_t \times t}{T - t}$$

$$f_{t,T} = \frac{0,07 \times \frac{9}{12} - 0,05 \times \frac{3}{12}}{\left(\frac{9}{12} - \frac{3}{12}\right)}$$

$$= 8,00\%$$

Měnové kurzy

- Měnový DM/ZM (přímá kotace) kurz udává, za kolik jednotek domácí měny (DM) lze koupit jednotku zahraniční měny (ZM)
- Příklady (25.11. 2008, čas 13.10, Patria)
- **CZK/EUR**=25,375 Kč
- **CZK/USD**=19,719 Kč

Měnové kurzy

- Nepřímá kotace (ZM/DM)

Udává za kolik jednotek zahraniční měny lze koupit jednotku domácí měny. Zřejmě platí

Nepřímá kotace=1/přímá kotace

Příklad

EUR/CZK=1/25,375=0,039409 EUR

USD/CZK=1/19,719=0,050713 USD

Měnové kurzy

Pozor!!

- Některé instituce (ČNB) používají obrácené značení.Tedy

CZK/EUR=25,375 Kč bude v kotaci ČNB značeno EUR/CZK=25,375Kč

Měnové kurzy

- Křížový měnový kurz

Známe-li např. měnový kurz domácí měny vůči dvěma zahraničním měnám, lze spočítat měnový kurz těchto zahraničních měn:

USD/EUR=(CZK/EUR)*(USD/CZK)

EUR/USD=(CZK/USD)*(EUR/CZK)

Měnové kurzy

- Příklad (pokr.)

Nechť

CZK/EUR=25,375 Kč
CZK/USD=19,719 Kč

Vypočítejte USD/EUR a EUR/USD.

Řešení

a) USD/EUR=CZK/EUR*USD/CZK

=25,375*0,050713

=1,2868USD

Měnové kurzy

- b) EUR/USD=CZK/USD*EUR/CZK

  =19,719*0,039409

  =0,7771

Je zřejmé, že kurz EUR/USD jsme mohli vypočítat jako 1/(USD/EUR)

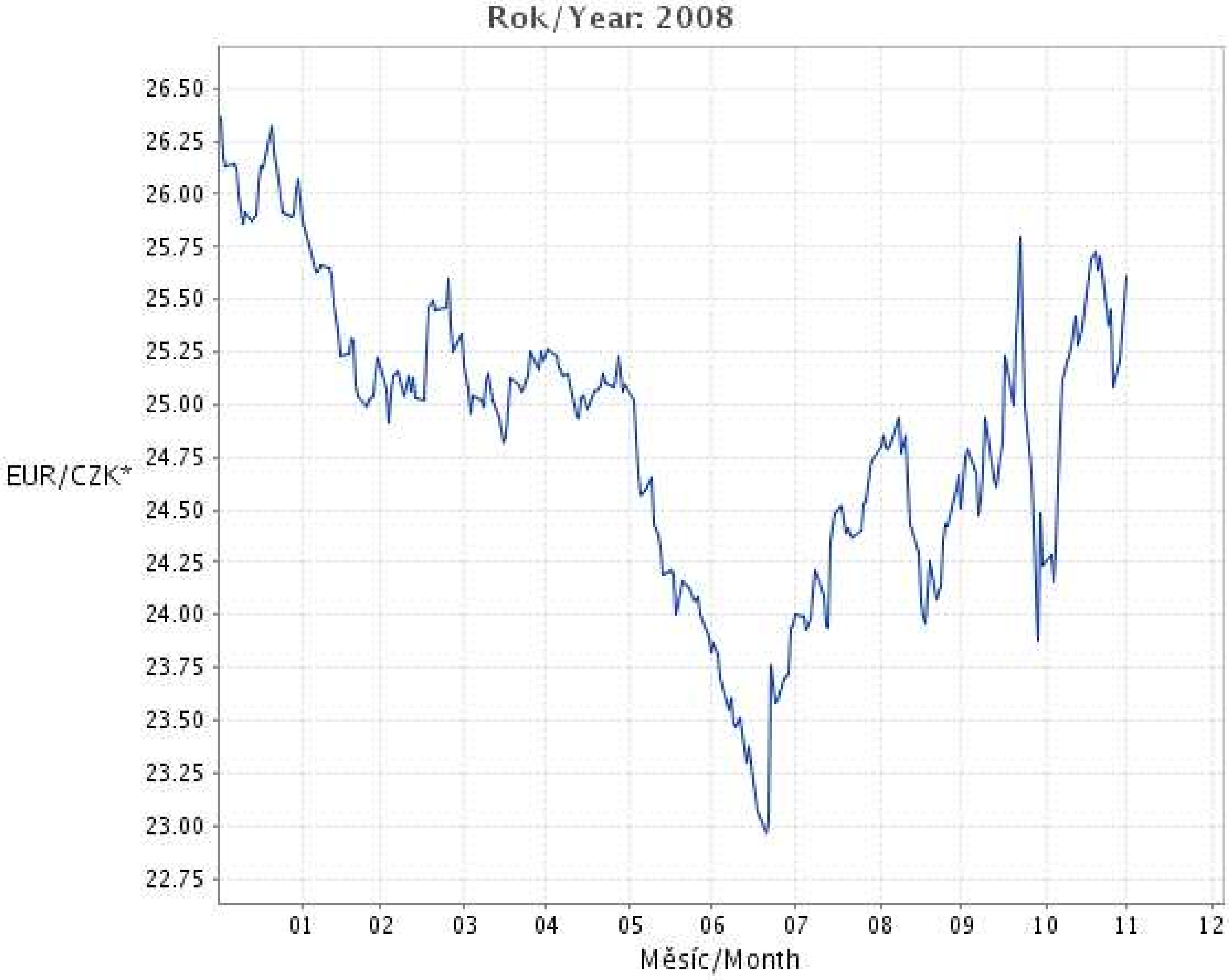
Měnové kurzy

- **Jakým způsobem stanovuje ČNB kurz koruny k jiným měnám?**

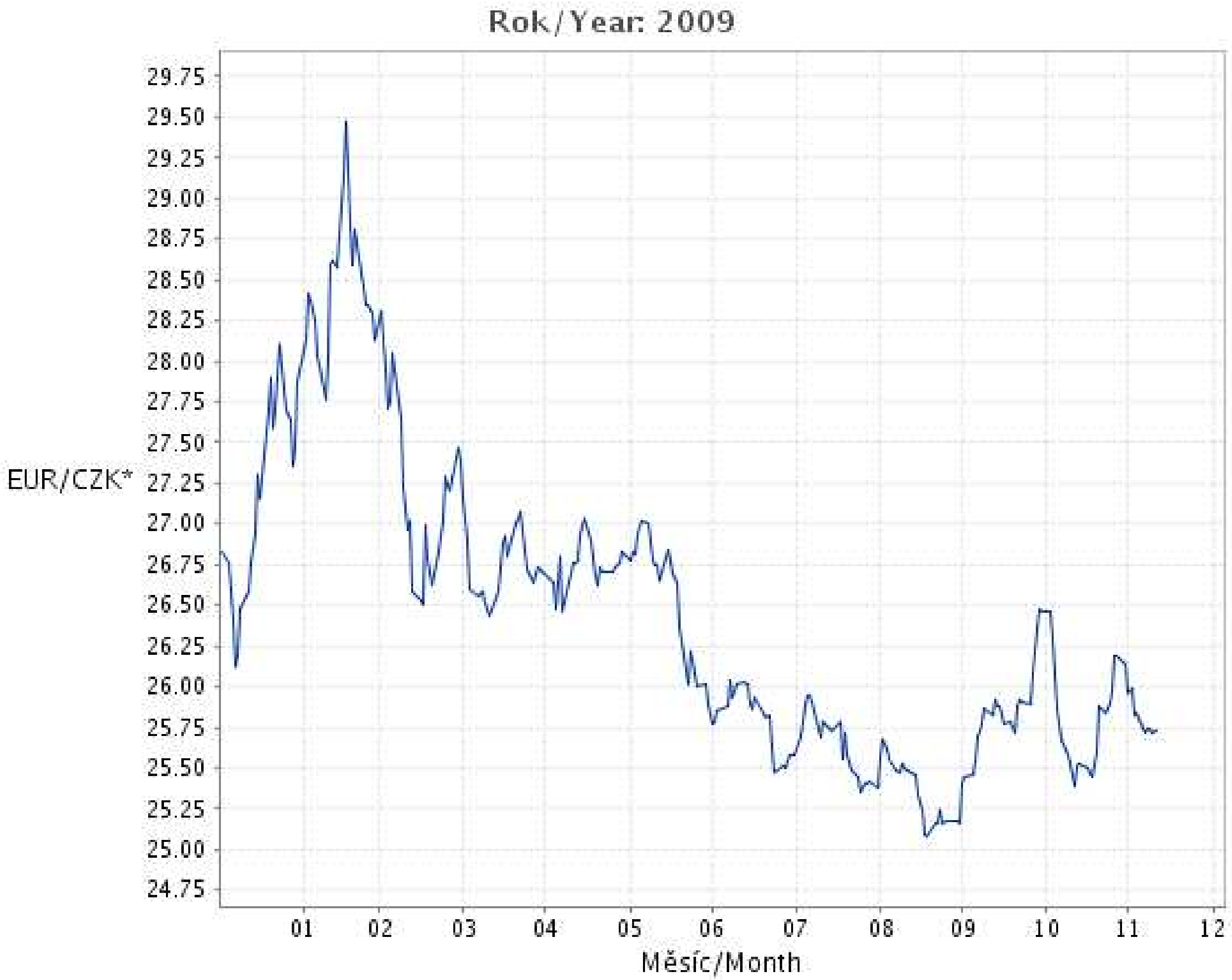
  S platností od 2.1.2002 jsou kurzy devizového trhu (tzv. fixing) stanovovány Českou národní bankou stejně jako dosud na základě monitorování vývoje měn na mezibankovním devizovém trhu. Zveřejňované kurzy vybraných měn odpovídají tomu, jak se jednotlivé měny obchodovaly na devizovém trhu ve 14:15 místního času.

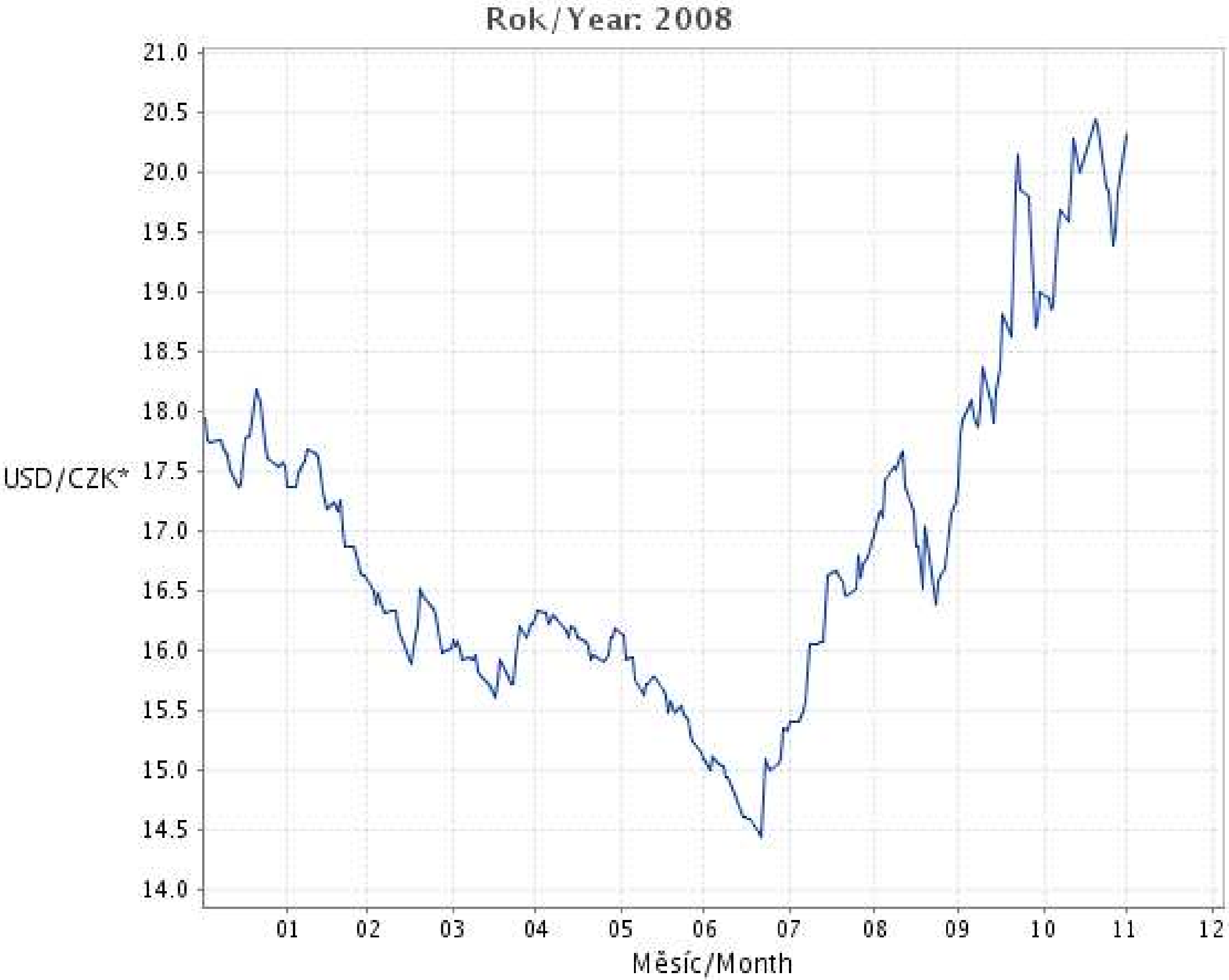
  Kurzy devizového trhu slouží ve smyslu zákona o účetnictví a dalších právních norem pro neobchodní účely (ohodnocování závazků a pohledávek, daňová a celní řízení apod.). Kurzy jsou stanovovány vždy ve 14:15 s platností na aktuální den a následně zveřejněny stejným způsobem jako doposud.

(stránky ČNB, www.cnb.cz)

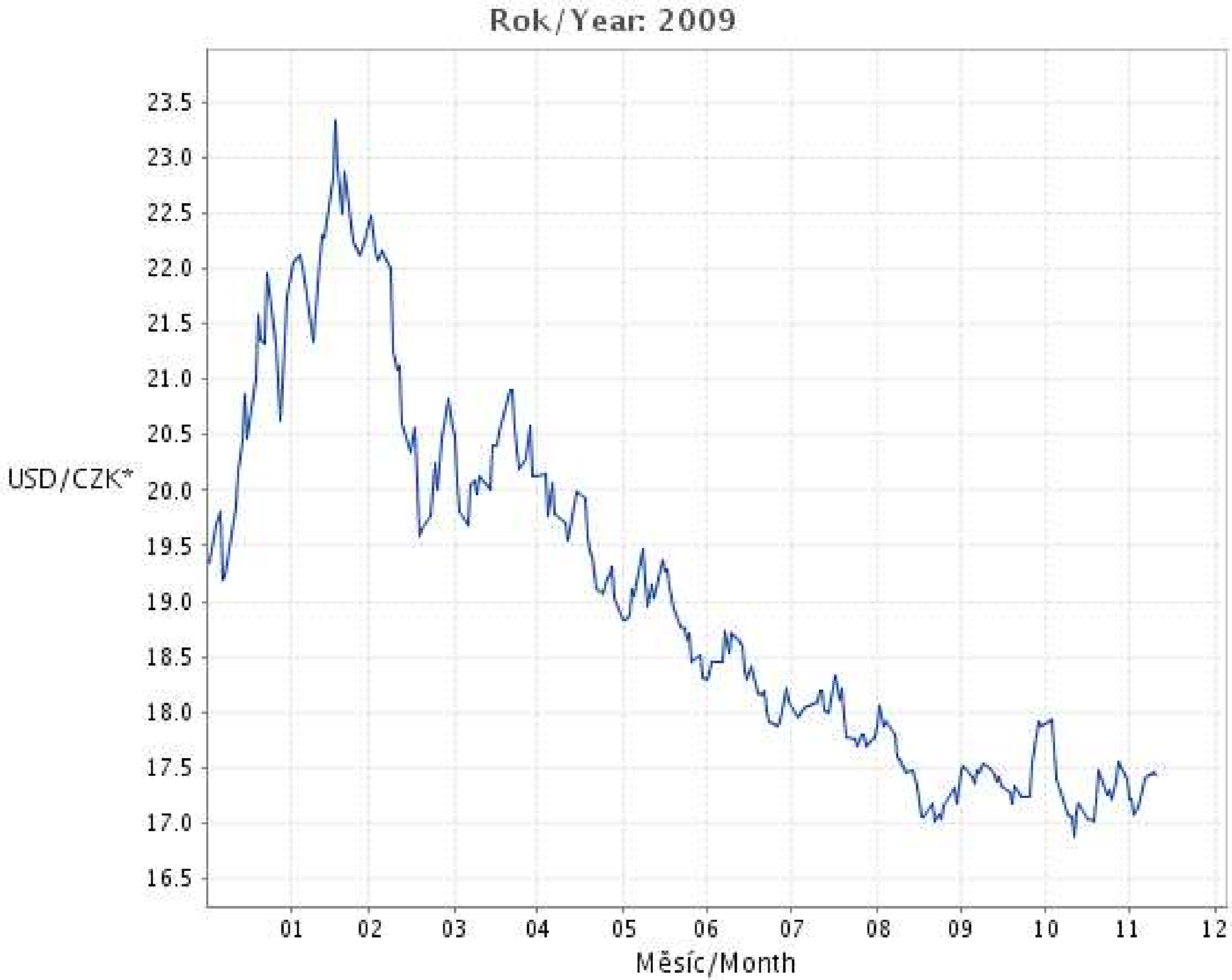


(stránky ČNB, www.cnb.cz)

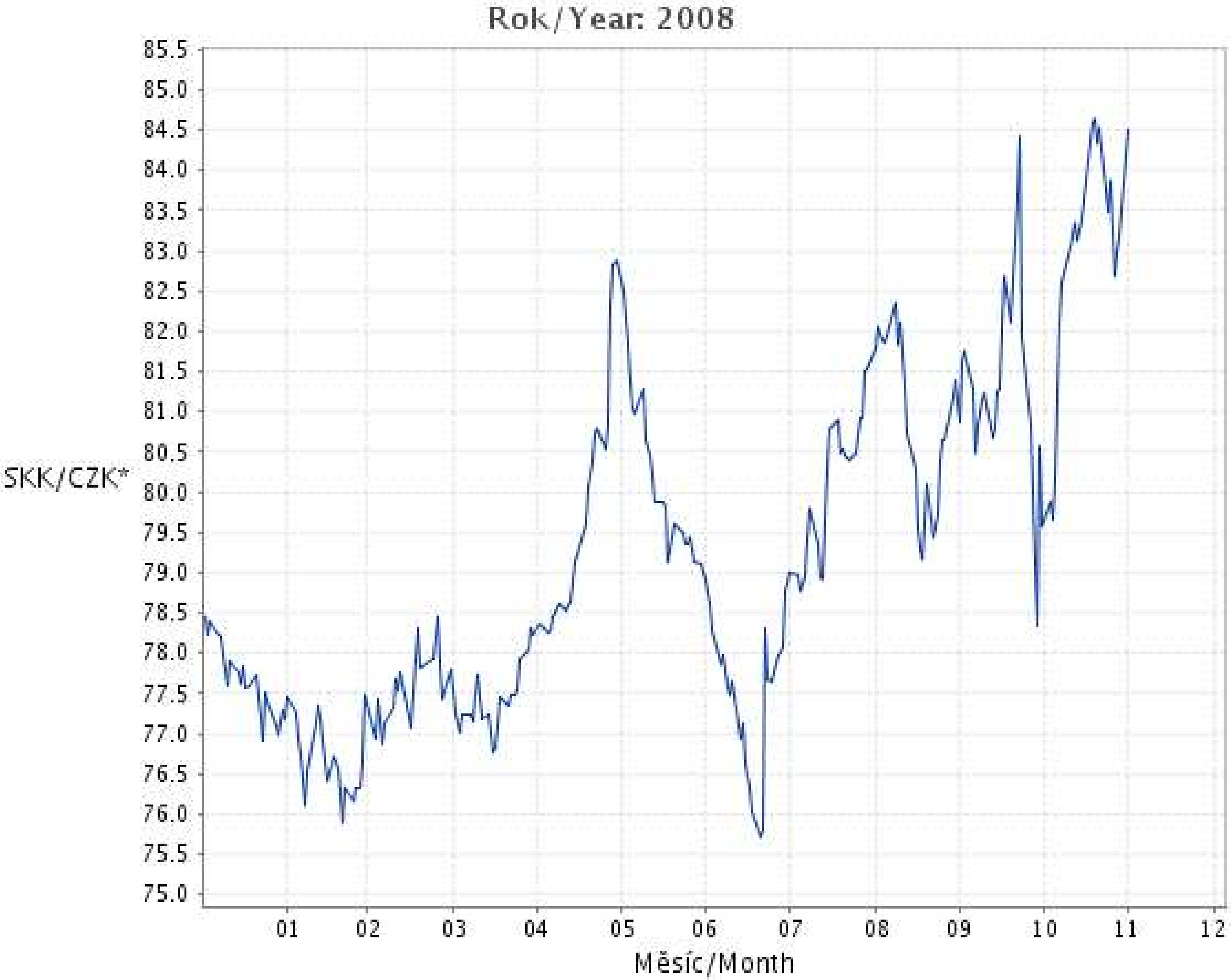

Rok/Year: 2009
EUR/CZK*
29.75
29.50
29.25
29.00
28.75
28.50
28.25
28.00
27.75
27.50
27.25
27.00
26.75
26.50
26.25
26.00
25.75
25.50
25.25
25.00
24.75
01 02 03 04 05 06 07 08 09 10 11 12
Měsíc/Month



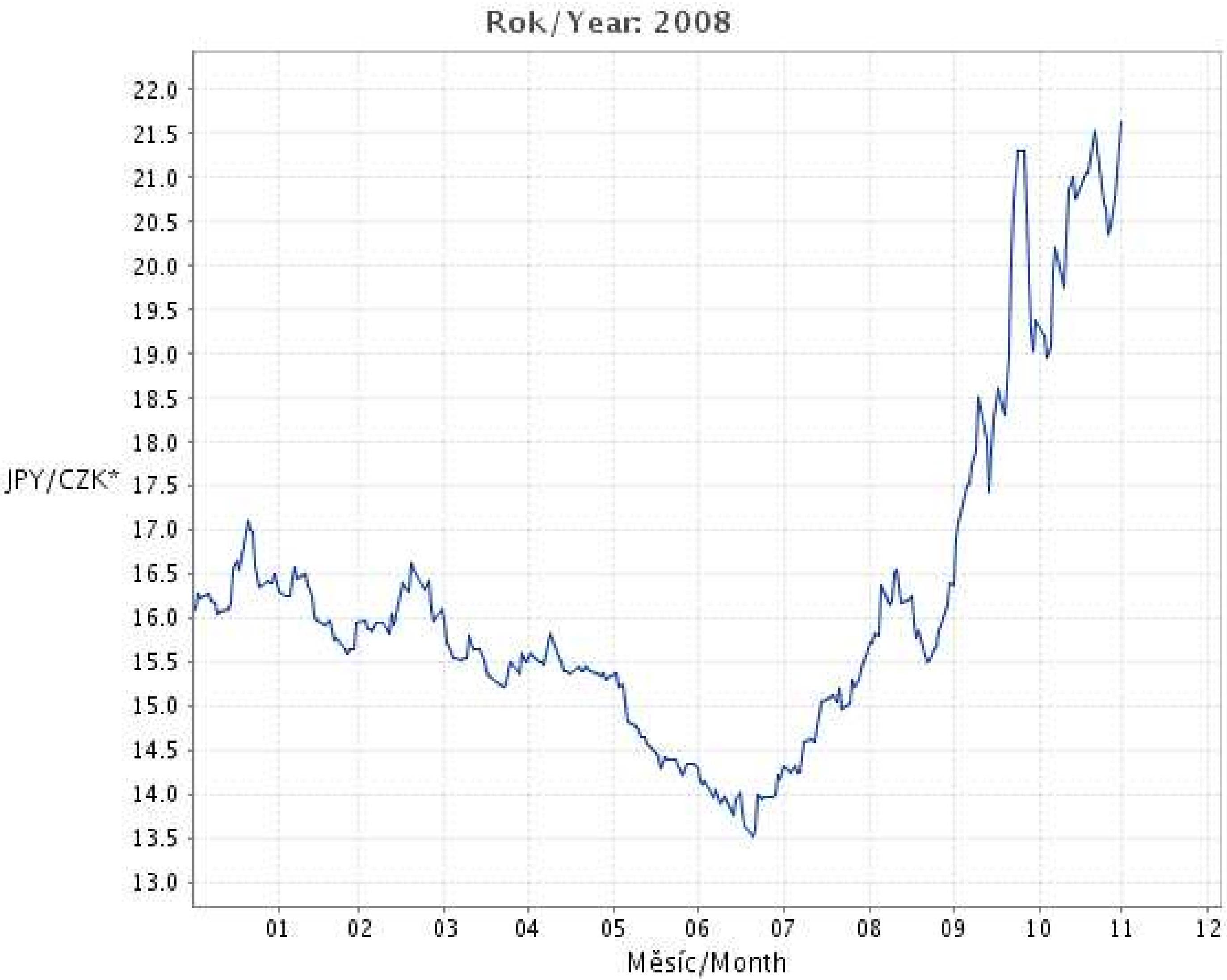
(stránky ČNB, www.cnb.cz)



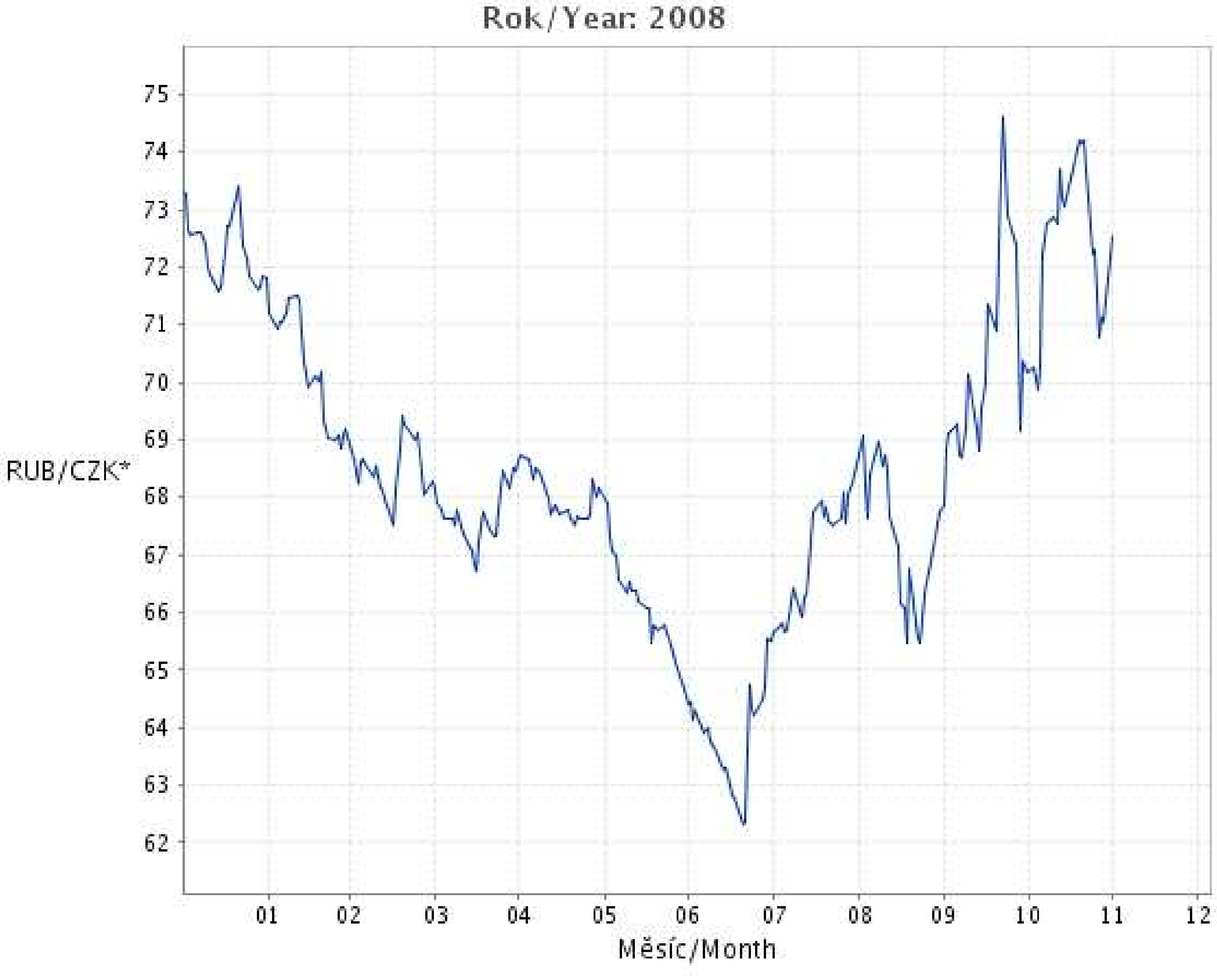
stránky ČNB, www.cnb.cz)



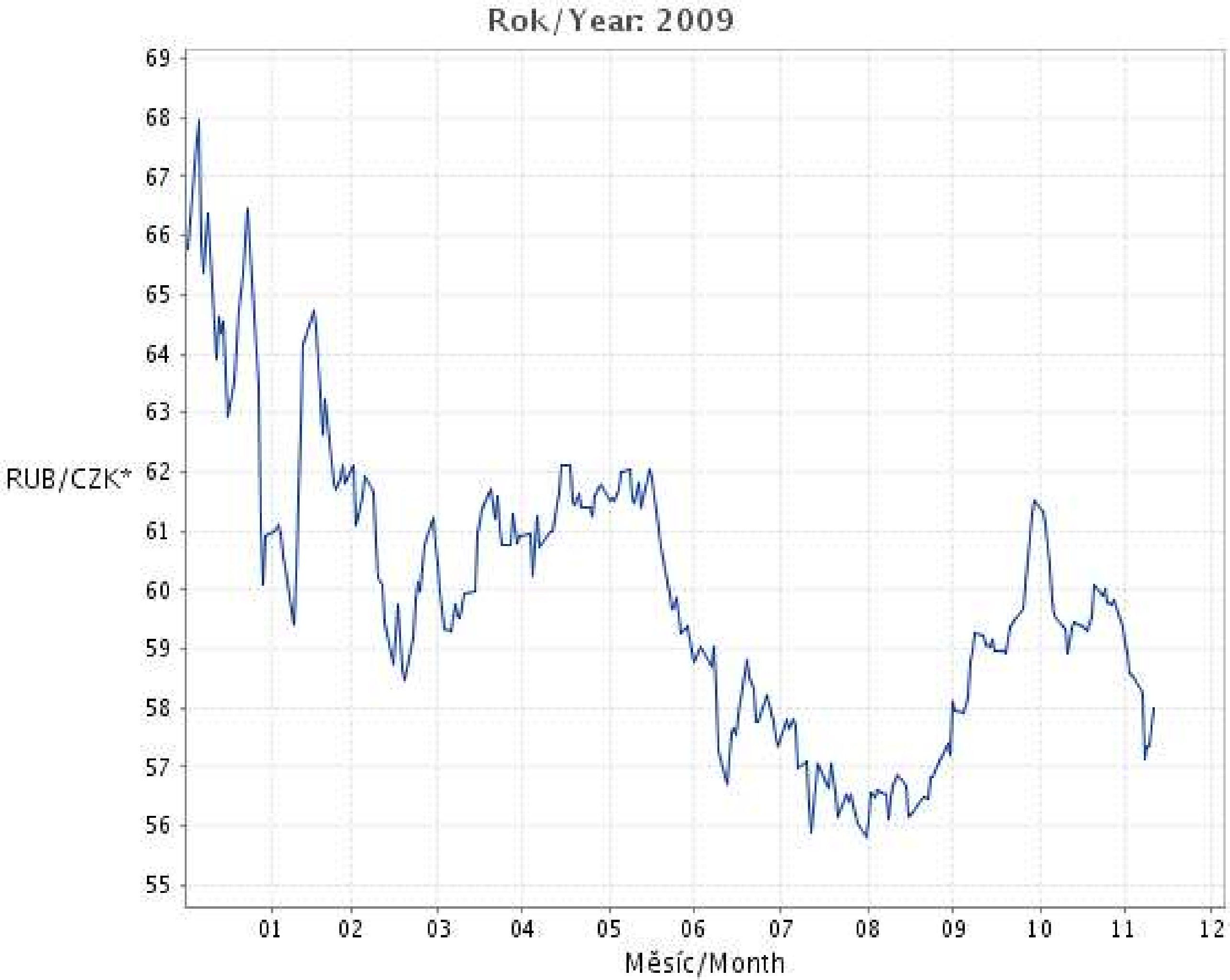
(stránky ČNB, www.cnb.cz)

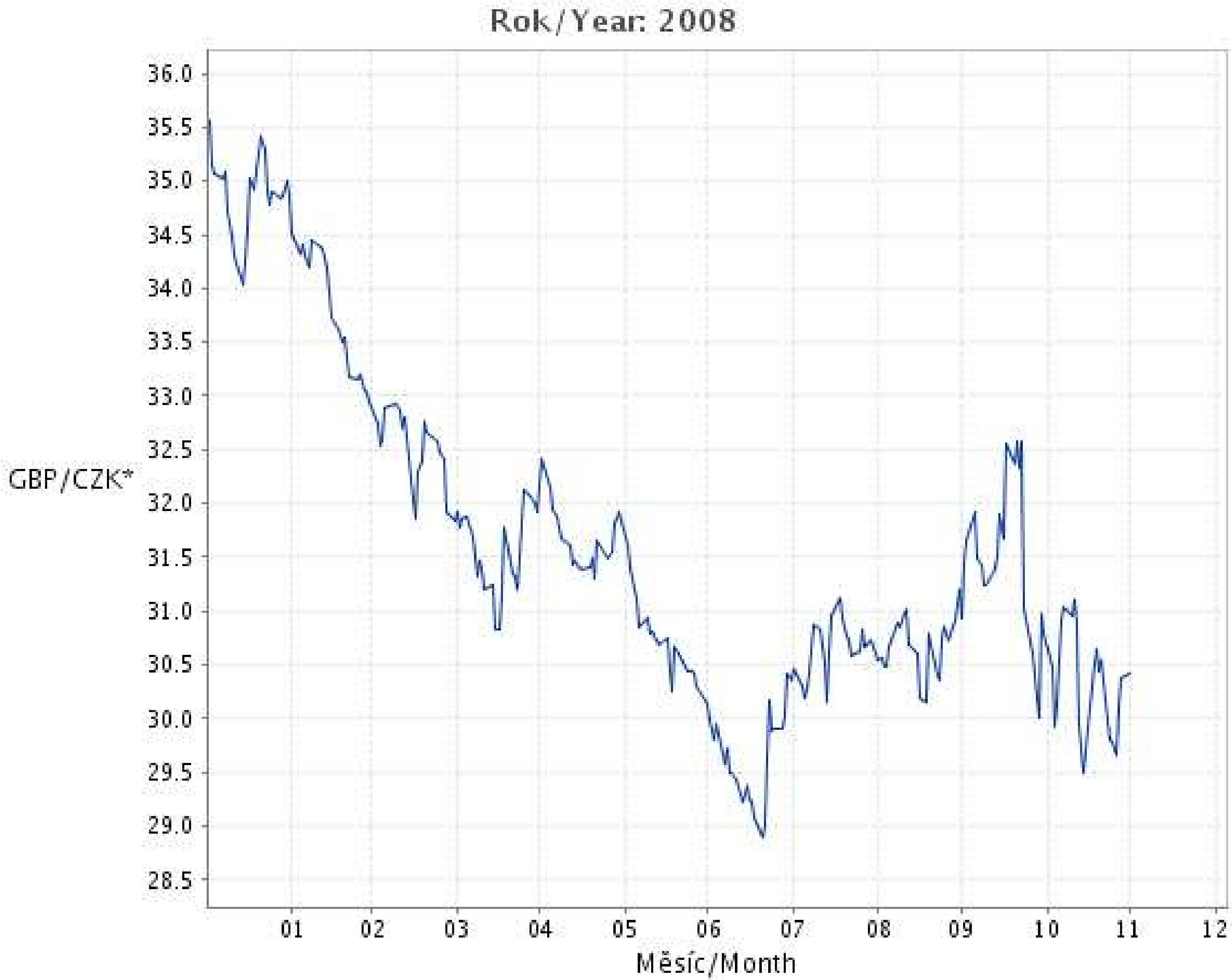


(stránky ČNB, www.cnb.cz)

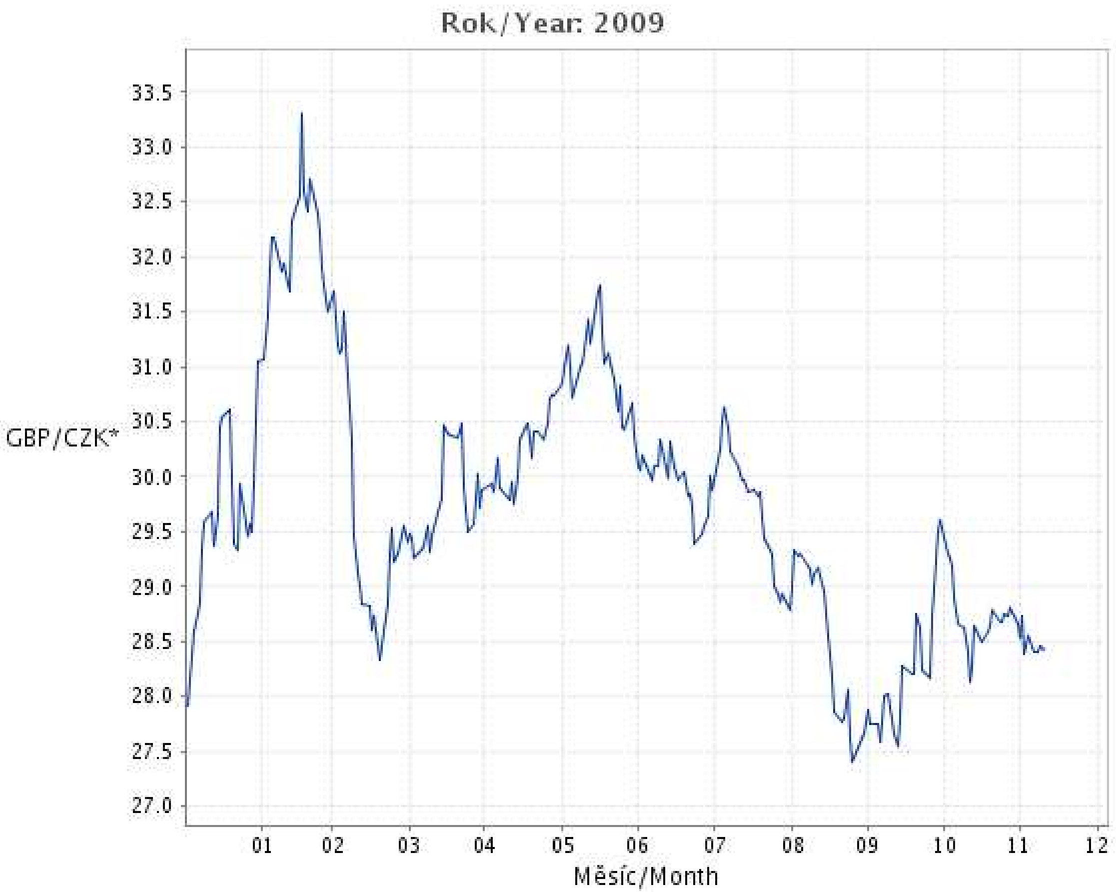


(stránky ČNB, www.cnb.cz)


Rok/Year: 2009
RUB/CZK*
Měsíc/Month
69
68
67
66
65
64
63
62
61
60
59
58
57
56
55
01
02
03
04
05
06
07
08
09
10
11
12



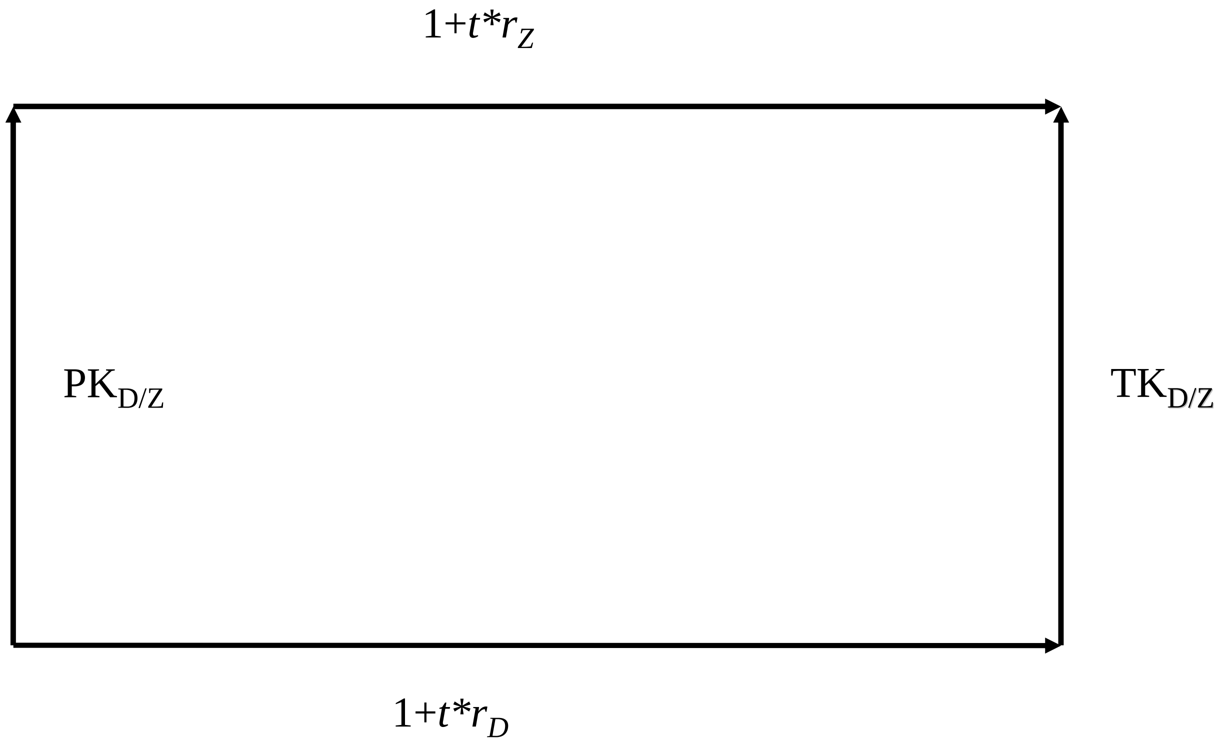
(stránky ČNB, www.cnb.cz)


Rok/Year: 2009
GBP/CZK*
33.5
33.0
32.5
32.0
31.5
31.0
30.5
30.0
29.5
29.0
28.5
28.0
27.5
27.0
01
02
03
04
05
06
07
08
09
10
11
12
Měsíc/Month

Forwardové (termínové) měnové kurzy

- Forwardový měnový kurz je kurz určený v současnosti , který bude platit v budoucnosti
- Forwardové měnové kurzy se často interpretují jako očekávané spotové kurzy
- Forwardové měnové kurzy se určují na základě arbitrážních vztahů (viz následující diagram)

Forwardové (termínové) měnové kurzy



Strategie 1: Směním domácí měnu na spotovém trhu za měnu zahraniční a uložím jako depozitum s úrokovou mírou r_{Z}.

Forwardové (termínové) měnové kurzy

- Strategie 2: Domácí měnu uložím na úrokovou míru r_D a posléze směním forwardovým měnovým kurzem na měnu zahraniční.
- Aby neexistovala možnost arbitráže, musí se obě strategie rovnat.

Forwardové (termínové) měnové kurzy (TK)

- Tedy

$$\frac{1}{PK_{D/Z}}\left(1+t\times r_z\right)=\frac{\left(1+t\times r_D\right)}{TK_{D/Z}}$$

Odtud dostáváme

$$TK_{D/Z}=PK_{D/Z}\frac{\left(1+t\times r_D\right)}{\left(1+t\times r_z\right)}$$

Forwardové (termínové) měnové kurzy

Důsledky

- A) Pokud je domácí úroková sazba vyšší než zahraniční, bude forwardový kurz vyšší než spotový
- B) Pokud je domácí úroková sazba nižší než zahraniční, bude forwardový kurz nižší než spotový
- C) Pokud je domácí úroková sazba rovna zahraniční, bude forwardový kurz roven spotovému

Příklad

- Vypočítejte forwardový kurz koruny vůči dolaru za 90 , dnů, je-li domácí úroková míra 4%, zahraniční úroková míra 5% a spotový kurz 18Kč za 1USD.
- Řešení

Vstupní proměnné jsou (konvence 30/360)

t=90/360=0,25

r_D=0,04

r_z=0,05

Příklad (pokr.)

- Dosazením do vzorce dostáváme

$$TK_{D/Z} = PK_{D/Z} \frac{(1 + t \times r_D)}{(1 + t \times r_z)}$$

$$= 18 \times \frac{(1 + 0,25 \times 0,04)}{(1 + 0,25 \times 0,05)}$$

$$= 17,9111 Kč / USD$$

Forwardové (termínové) měnové kurzy

- Forwardové body:

Rozdíl forwardového a spotového kurzu krát 1000

$Fb = (TK_{D/Z} - PK_{D/Z})*1000$

$$Fb = 1000 \times \left(TK_{D/Z} - PK_{D/Z}\right) = 1000 \times \left[PK_{D/Z} \frac{\left(1 + t \times r_D\right)}{\left(1 + t \times r_Z\right)} - PK_{D/Z} \right]$$

$$= 1000 \times \left[PK_{D/Z} \left(\frac{\left(1 + t \times r_D\right)}{\left(1 + t \times r_Z\right)} - 1 \right) \right]$$

$$= 1000 \times \left[PK_{D/Z} \frac{\left(r_D - r_Z\right) \times t}{\left(1 + t \times r_Z\right)} \right]$$

Forwardové měnové kurzy- kotace ČNB

- Kotace forwardových bodů přebírá ČNB z trhu prostřednictvím informačních agentur. Zveřejněná hodnota je aritmetický průměr z kotací bid a offer (ask). Tyto hodnoty k EUR a USD odpovídají tomu, jak se jednotlivé měny, respektive jejich forwardové body, obchodovaly na devizovém trhu v 11 hodin místního času. Zveřejňovány jsou každý pracovní den.

(stránky ČNB, www.cnb.cz)

Kotace ČNB 2.12. 2008 forwardové body

EUR/CZK

splatnost	forwardové body
3M	14,50
6M	36,50

USD/CZK

splatnost	forwardové body
3M	23,30
6M	47,50

Kotace ČNB 11.12. 2009 forwardové body

EUR/CZK

splatnost	**forwardové body**
3M	45,33
6M	62,15

USD/CZK

splatnost	**forwardové body**
3M	41,60
6M	90,25

Výkonnost portfolia

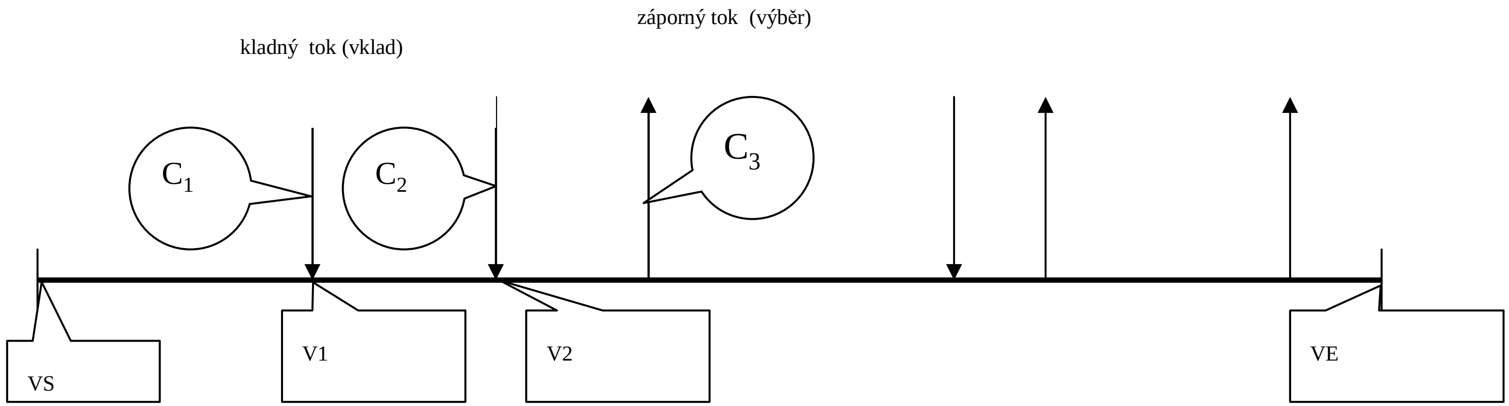
- Představme si (otevřený) investiční fond, kde v nepravidelných intervalech vstupují noví investoři (vklady) a jiní zase odcházejí (výběry). Portfolio fondu je průběžně upravováno.

Problém

- Jak za takových okolností určit jeho výkonnost?
- Odpověď není jednoznačná, existuje několik způsobů, každý může dát jiný výsledek

Výkonnost portfolia

- Struktura peněžních toků (vklady, výběry)



Výkonnost portfolia

Časově vážené metody (TWR)

- Časové období (perioda) *T* je rozděleno na subperiody podle toho, kdy nastávají externí peněžní toky.
- Pokud nastávají peněžní toky na začátku subperiody, pak

$$1 + r \;\; = \frac{V_1}{V_S + C_1} \times \frac{V_2}{V_1 + C_2} \times \ldots \times \frac{V_{n\text{-}1}}{V_{n\text{-}2} + C_{n\text{-}1}} \times \frac{V_E}{V_{n\text{-}1} + C_n}$$

C_i……i-tý čistý peněžní tok (vklady mínus výběry)
V_S......tržní hodnota portfolia na počátku
$V_{\ddot{E}}$….. tržní hodnota portfolia na konci periody
V_i…..tržní hodnota portfolia před peněžním tokem C_i

Výkonnost portfolia

- Pokud peněžní tok nastává na konci subperiody,pak

$$1+r = \frac{V_1 - C_1}{V_S} \times \frac{V_2 - C_2}{V_1} \times \ldots \times \frac{V_{n-1} - C_{n-1}}{V_{n-2}} \times \frac{V_E - C_n}{V_{n-1}}$$

C_i……i-tý čistý peněžní tok (vklady mínus výběry)
V_S......tržní hodnota portfolia na počátku
$V_Ë$….. tržní hodnota portfolia na konci periody
V_i…..tržní hodnota portfolia po peněžním toku C_i

Výkonnost portfolia

- Příklad

Předpokládejme období jednoho měsíce (30 dnů). Na počátku byla vložena částka 74 200, desátého dne byla opět vložena částka 37 100 a dvacátý den byla vybrána částka 25 000. Hodnota portfolia desátý den (spolu s vloženou částkou 37 100Kč) byla 103 100Kč, hodnota portfolia dvacátého dne (po vybrání částky 25 000Kč) byla 104 400Kč a koncová hodnota portfolia na konci měsíce byla 109 000Kč.

Výkonnost portfolia příklad (pokr.)

- V tomto případě nastávaly toky na konci každé subperiody.

Máme tedy

- V_s=74 200 C_1=37 100
- V_1=103 100 C_2=-25 000
- V_2=104 400
- V_E=109 000

Výkonnost portfolia příklad (pokr.)

- Dosazením do vzorce máme

$$1+r=\frac{103100-37100}{74200}\times\frac{104400+25}{103100}\times\frac{109000}{104400}$$

$$r=16,5579\%$$

Upozornění: Výnosová míra *r* je vypočítána na měsíční bázi nikoli roční!

Výkonnost portfolia

- Příklad (toky na začátku subperiody)

Vyjdeme částečně ze zadání předchozího příkladu. Tedy na počátku byla vložena částka 74 200, desátého dne byla opět vložena částka 37 100 a dvacátý den byla vybrána částka 25 000. Hodnoty portfolia těsně před peněžními toky byly postupně 66 000Kč a 129 400Kč a hodnota portfolia na konci měsíce 109 000Kč.

V_s=74 200 $\quad$ C_1=37 100
V_1=66 000 $\quad$ C_2=-25 000
V_2=129 400
V_E=109 000

Dosazením do vzorce

$$1+r = \frac{V_1}{V_S + C_1} \times \frac{V_2}{V_1 + C_2} \times \ldots \times \frac{V_{n-1}}{V_{n-2} + C_{n-1}} \times \frac{V_E}{V_{n-1} + C_n}$$

Výkonnost portfolia - příklad (pokr.)

máme

$$1+r=\frac{66000}{74200}\times\frac{129400}{66000+37100}\times\frac{109000}{129400-25000}$$

$$r=16,5579\%$$

Upozornění: Výnosová míra *r* je vypočítána na měsíční bázi nikoli roční!

Oba příklady daly stejný výsledek . (Proč?)

Výkonnost portfolia

Peněžně vážené metody

- Modifikovaná Dietzova metoda

$$r = \frac{V_E - V_S - \sum_{i=1}^{n} C_i}{V_S + \sum_{i=1}^{n} w_i C_i}$$

$$w_i = \frac{\text{počet dnů od okamžiku toku } C_i \text{ do konce periody}}{\text{celkový počet dnů časové periody}}$$

Výkonnost portfolia

Příklad

- Vyjdeme ze zadání předchozího příkladu. Z uvedených hodnot portfolia potřebujeme pouze počáteční hodnotu V_s=74 200 a koncovou hodnotu V_E=109 000 . Váhy pak jsou
- w1=(30-10)/30 = 0.6667
- w2=(30-20)/30=0.3333

Výkonnost portfolia – příklad pokr.

Řešení

Dosazením do vzorce

$$r = \frac{V_E - V_S - \sum_{i=1}^{n} C_i}{V_S + \sum_{i=1}^{n} w_i C_i}$$

dostáváme

$$r = \frac{109000 - 74200 - (37100 - 25000)}{74200 + 0,6667 \times 37100 - 0,3333 \times 25000}$$

$$= 25,0552\%$$

Výkonnost portfolia – příklad

- Předpokládejme časovou periodu 1 měsíc (30 dnů). Na počátku je vložena částka 200 000Kč. Dvacátého dne je vložena další částka 400 000Kč a po vložení této částky má portfolio hodnotu 800 000Kč. Na konci měsíce má pak portfolio hodnotu 500 000Kč. Vypočítejme výkonnost portfolia TWR metodou (toky na konci subperiody) a modifikovanou Dietzovou metodou.

Výkonnost portfolia – příklad (pokr.)

- TWR metoda

r=25%

- MDM

r=-30%

Čím je způsoben tak podstatný rozdíl ve výsledku?

Dodatky

- Výnosnost do doby splatnosti (aproximace- Hawawini, Vora)

$$Y = \frac{C + \frac{(JH - P)}{n}}{0,6 \times P + 0,4 \times JH}$$

C…kuponová platba

JH….jmenovitá hodnota

n…doba do splatnosti

P….cena obligace

Dodatky

- Příklad

Vypočítejte výnosnost do splatnosti obligace s jmenovitou hodnotou 1000Kč, kupónem 15% a splatností 5let, která se prodává za 1189,54Kč

Vstupy:

JH=1000

C=15

n=5

P=1189,54

Dodatky –výnosnost do splatnosti

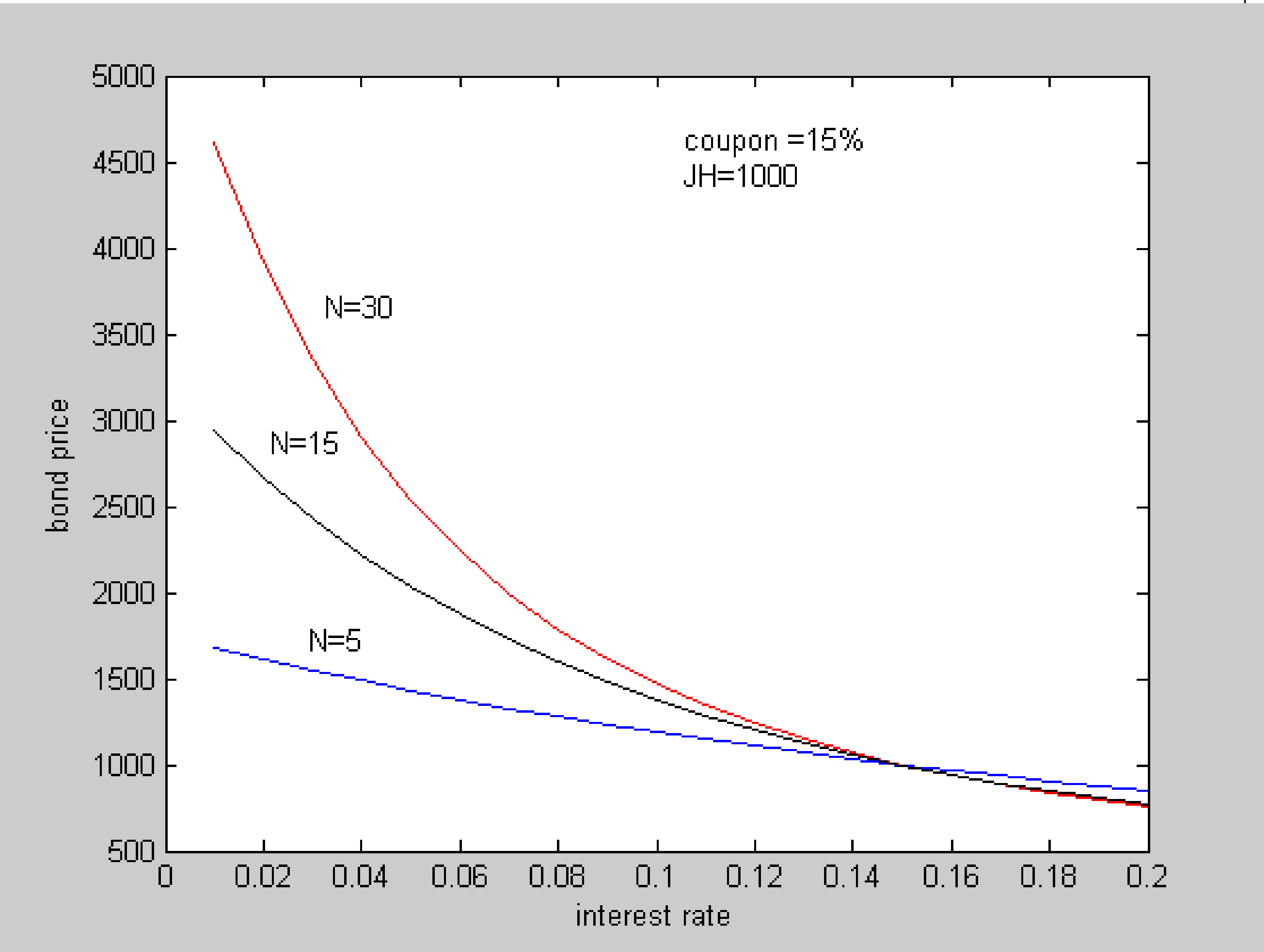
Příklad-řešení

$$Y = \frac{150 + \frac{(1000 - 1189,54)}{5}}{0,6 \times 1189,54 + 0,4 \times 1000}$$

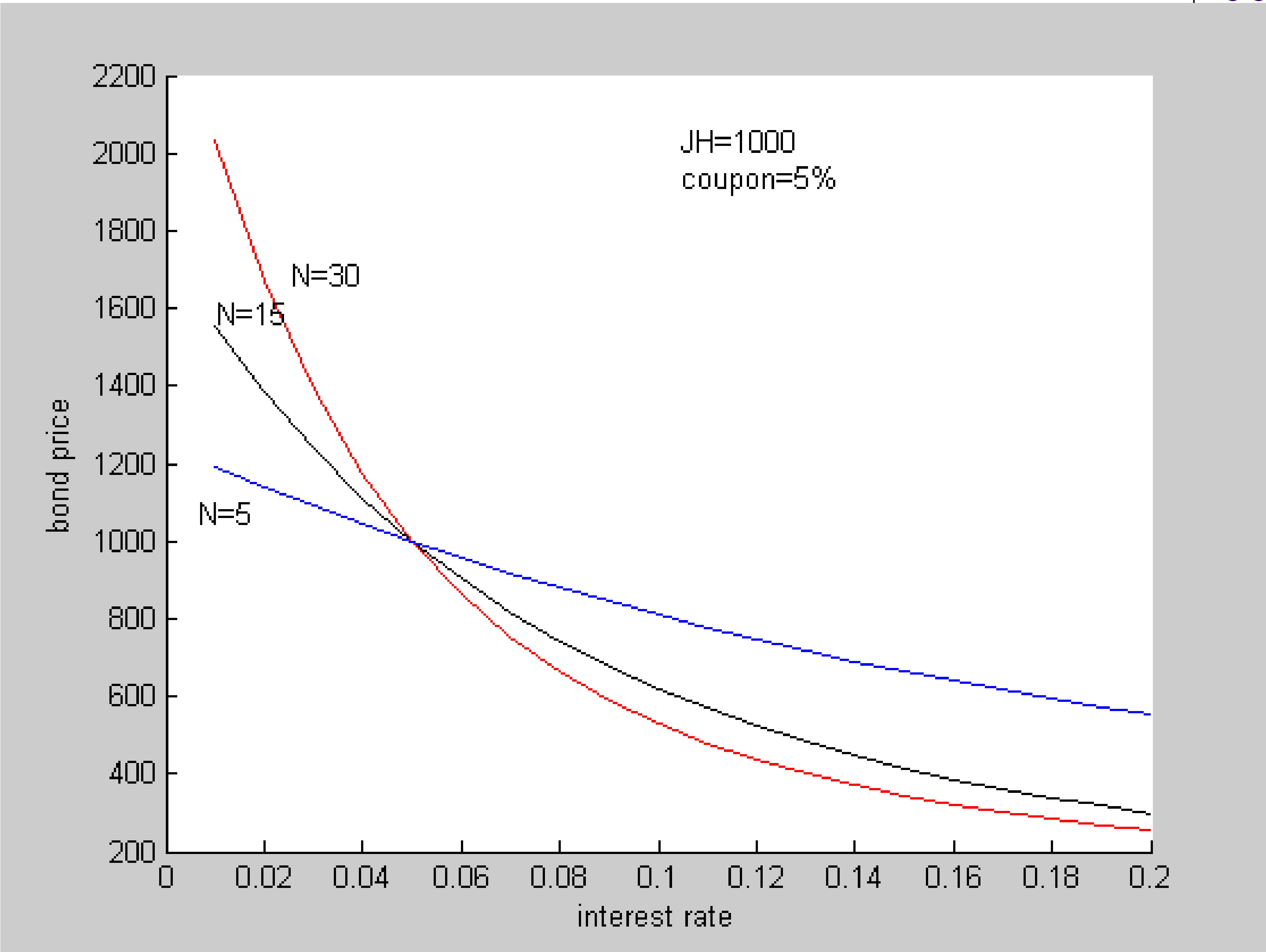
$$Y = 10,06\%$$

Přesná výnosnost do splatnosti je 10%

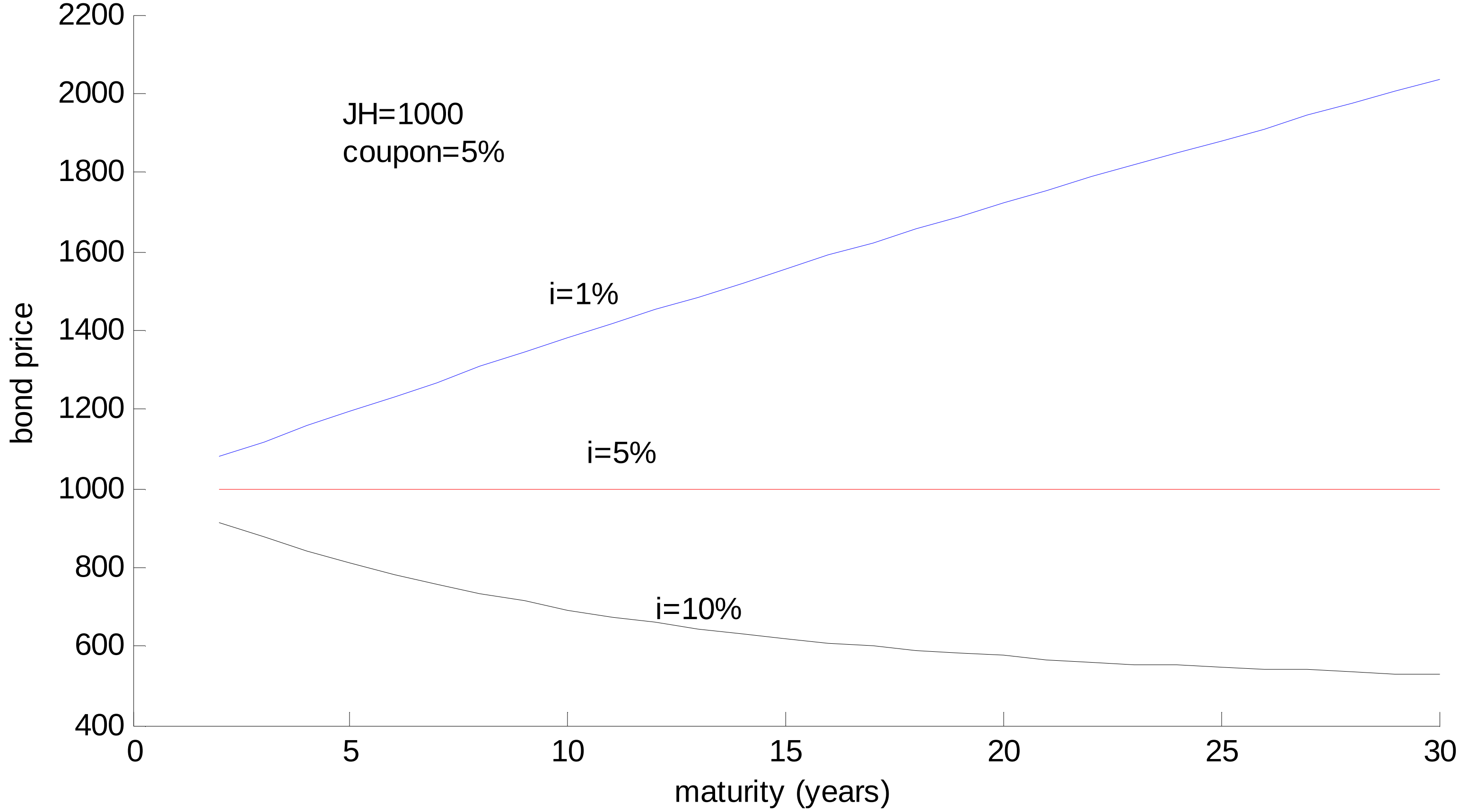
Závislost cen obligací na výnosnosti do splatnosti



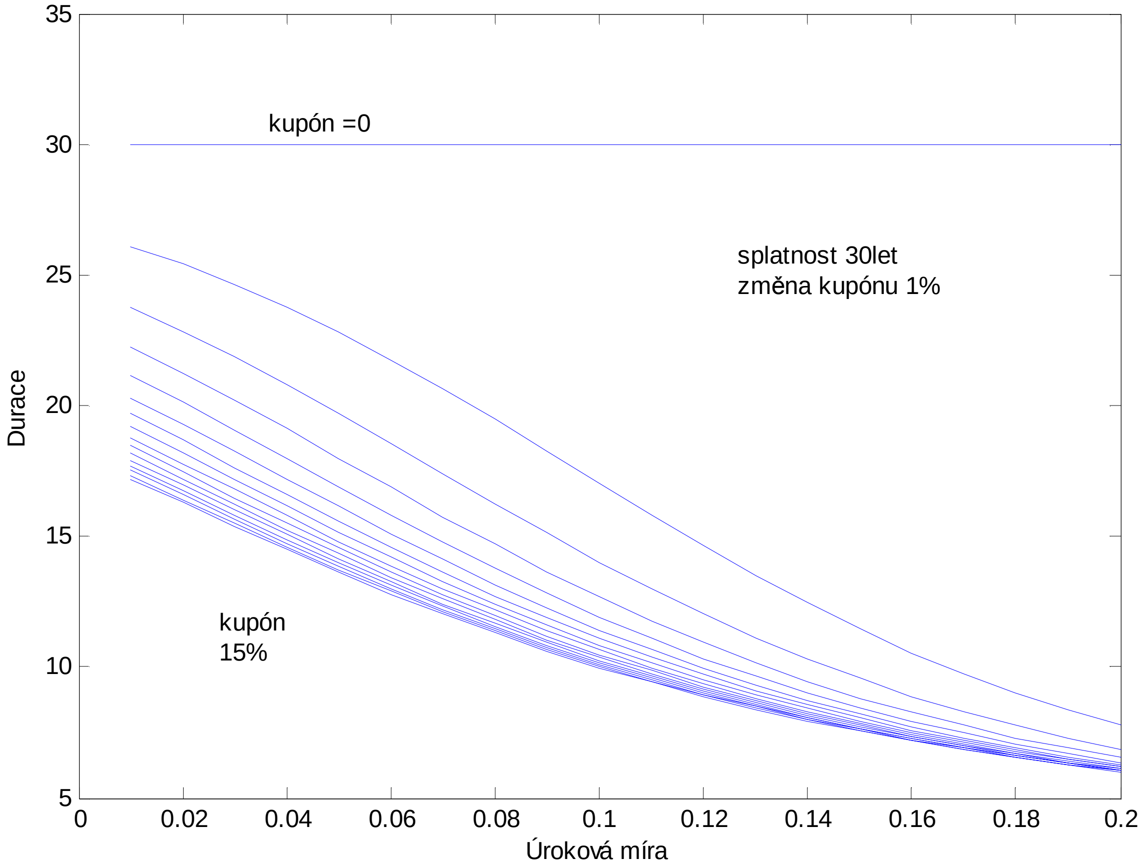
Závislost cen obligací na výnosnosti do splatnosti



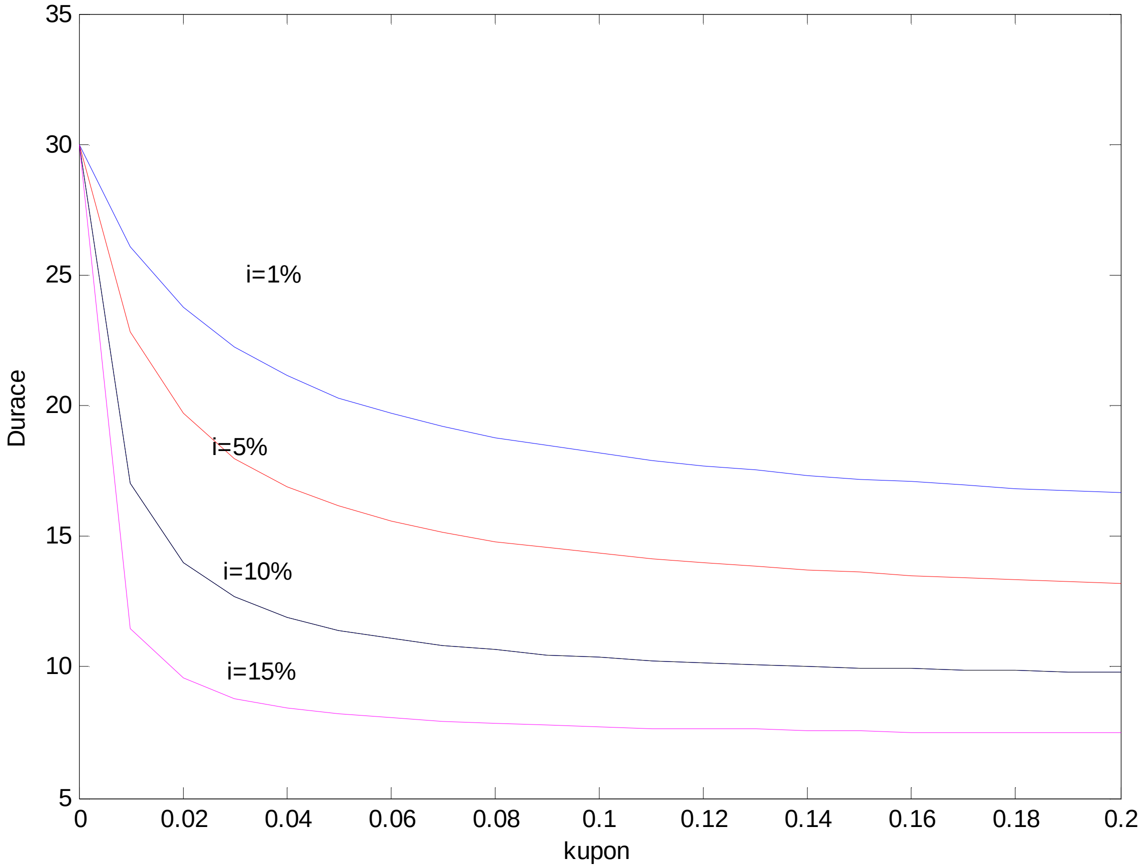
Závislost cen obligací na době do splatnosti



Závislost durace na úrokové míře a kupónu



Závislost durace na kupónu (splatnost 30 let)



Závislost durace na kupónu