

Vysoká škola ekonomická v Praze  
Fakulta financí a účetnictví  
Katedra financí a oceňování podniku  
Účetnictví a finanční řízení podniku



## Bankrotné modely

Autor: Mgr. Štefan Gurský  
Vedúci: Ing. František Poborský  
Rok obhajoby: 2013

**Čestné prohlášení:**

Prohlašuji, že bakalářskou práci na téma „Bankrotné modely“ jsem vypracoval samostatně a veškerou použitou literaturu a další prameny jsem řádně označil a uvedl v příloženém seznamu.

V Praze dne

Štefan Gurský

Abstrakt: Bankrotné modely sú prostriedkom bežne používaným pri klasifikácii firiem na zdravé a na tie ohrozené bankrotom. Práca rozoberá niekoľko teoretických aspektov tvorby modelu, ako je použitá metóda tvorby, testovania a spôsob merania úspešnosti modelu, a poukazuje na najčastejšie problémy, ktoré autor modelu musí riešiť. Na príklade rodiny najznámejších bankrotných modelov E. Altmana ukazuje vývoj modelu v čase a spôsob, akým odpovedal na kritiku ním použitej metodiky. Práca ďalej rozoberá modely vytvorené v Českej republike a na Slovensku.

Klíčové slová: Bankrotné modely, Altman, Indexy IN

Abstrakt (česky): Bankrotní modely jsou prostředkem běžně používaným při klasifikaci firem na zdravé a na ty ohrožené bankrotem. Práce rozebírá několik teoretických aspektů tvorby modelu, jako je použitá metoda tvorby, testování a způsob měření úspěšnosti modelu, a poukazuje na nejčastější problémy, které autor modelu musí řešit. Na příkladu rodiny nejznámejších bankrotních modelů E. Altmana ukazuje vývoj modelu v čase a způsob, jakým se vyspořádal s kritikou jím použité metodiky. Práce dále rozebírá bankrotní modely vytvořené v České republice a na Slovensku.

Klíčová slova: Bankrotní modely, Altman, Indexy IN

Abstrakt (anglicky): Bankruptcy prediction models are commonly applied to distinguish failing companies from non-failing companies. This work discusses theoretical background of bankruptcy model construction such as method of analysis, testing, and measuring model accuracy, and shows common problems that model author has to deal with. Using the most famous Altman's models as an example, we examine evolution of these models in time and Altman's reactions to criticism of his assumptions and used methods. We also present models created in the Czech Republic and Slovakia.

Keywords: Bankruptcy prediction models, Altman, Indices IN

Rád by som poďakoval vedúcemu práce Františkovi Poborskému a vedúcemu predmetu bakalársky seminár prof. Petrovi Marekovi za ich trpezlivosť a podporu.

# Obsah

<b>1 Úvod</b>	<b>4</b>
<b>2 Bankrotné modely všeobecne</b>	<b>6</b>
2.1 Cieľ a použitie bankrotných modelov . . . . .	6
2.2 Obmedzenia modelov . . . . .	7
2.3 Úspešnosť predikcie modelu . . . . .	8
2.4 Testovanie modelu . . . . .	11
<b>3 Metódy tvorby</b>	<b>12</b>
3.1 Jednorozmerné podielové modely . . . . .	12
3.2 Diskriminačná analýza . . . . .	13
3.3 Logitová a probitová analýza . . . . .	15
3.4 Neurónové siete . . . . .	17
<b>4 Altmanove modely</b>	<b>21</b>
4.1 Z score, 1968 . . . . .	21
4.2 ZETA™, 1977 . . . . .	25
4.3 Nové upravené modely, 2000 . . . . .	29
<b>5 Bankrotné modely v Českej republike a na Slovensku</b>	<b>31</b>
5.1 Indexy IN . . . . .	32
5.2 CH-index Chrastinovej . . . . .	35
<b>6 Záver</b>	<b>37</b>
<b>Literatúra</b>	<b>38</b>

# Kapitola 1

## Úvod

Ľudstvo sa už oddávna zaujíma o budúcnosť. Každá činnosť sa spája s rizikom neúspechu, ktorý v mnohých prípadoch mohol byť fatálny. Už od nepamäti sa preto ľudia snažia predvídať, ako ich činnosť dopadne. Napríklad v starom Grécku bola vážena veštiareň v Delfách, ktorú navštevovali vysoko postavení štátnici, keď chceli poznať svoj osud. Z neskoršej doby sú napríklad populárne predpovede Nostradama. Popularitu veštenia je možné pozorovať do súčasnosti, keď vedľa inzerátov ponúkajúcich služby veštcov na stránkach novín nachádzame každodenné horoskopy.

Veštenie však nie je najistejší spôsob predpovedania budúcnosti tak sa ľudia snažia o predikciu budúcnosti aj inými spôsobmi. Jedným zo takýchto spôsobov sú napríklad modely a simulácie. Možný priebeh budúcnosti sa vyskúša na papieri, prípadne v počítači, a predpokladá sa, že skutočnosť prebehne podobným spôsobom.

V tejto práci sa budeme venovať jednému zo spôsobov predpovedania budúcnosti. Zameriame sa však iba na jednu sféru činnosti a to na podnikanie a predpoveď obmedzíme na rozhodovanie, či firmu v najbližšom období postihne bankrot. Predpovedať bankrot firmy dostatočne spoľahlivo a dostatočne včas je úlohou bankrotných modelov.

V nasledujúcej kapitole predstavíme bankrotné modely, ciele ich použitia, ich obmedzenia. Tiež predstavíme základné metódy testovania a hodnotenia úspešnosti modelu a porovnávanie výsledkov rôznych modelov.

V tretej kapitole popíšeme základné metódy tvorby bankrotných modelov od historických až po súčasné, pričom spomenieme predpoklady, ktoré používajú, ich obmedzenia a uvedieme príklady modelov vytvorených rôznymi metódami.

Štvrtá kapitola bude venovaná najznámejšej a najpoužívanejšej rodine bankrotných modelov od profesora Edwarda Altmana. Jeho model Z-skóre sa stal prakticky synonymom pre bankrotné modely a je používaný po celom svete. Tvorcovia modelov dodnes používajú metódy, ktoré prvýkrát pri tvorbe použil práve on. V tejto kapitole

predstavíme proces tvorby Altmanových modelov a ich vývoj v čase.

Piata kapitola sa venuje modelom používaným a vyvinutým na území Českej republiky a Slovenska. Tieto modely boli vytvorené s ohľadom na situáciu v domácej ekonomike a dá sa o nich predpokladať, že budú pre použitie u nás úspešné.

Záver práce, okrem zhrnutia, otvára ďalšie smery skúmania bankrotných modelov, vhodné ako témy pre ďalšie bakalárske a diplomové práce.

## Kapitola 2

# Bankrotné modely všeobecne

### 2.1 Cieľ a použitie bankrotných modelov

Bankrotný model je systematický spôsob, ako predpovedať zlyhanie firmy použitím finančných údajov. Ide o klasifikáciu firiem na prosperujúce a upadajúce, s prípadnou „šedou zónou“ neurčitých firiem. Záujem na predpovedaní bankrotu majú rôzne skupiny osôb, či už aby bankrotu predišli, alebo aby ním boli miernejšie zasiahnutí. Vedenie firmy, ktorá je klasifikovaná ako bankrotujúca, sa môže pokúsiť odvrátiť bankrot vhodnými rozhodnutiami. Majitelia firmy môžu skúsiť vymeniť vedenie. Veritelia budú mať záujem na predpovedi úpadku, aby sa pripravili na nesplatenie svojich pohľadávok. Potenciálni veritelia sa môžu pri rozhodovaní, komu požičať, opierať o výsledky bankrotného modelu.

Bankrotných modelov existuje ohromné množstvo. Prehľad (14) zmieňuje vyše 150 rôznych modelov. V praxi sa samozrejme nepoužívajú vždy všetky. Pri použití modelu je potreba napríklad sledovať, pre aké firmy je model určený (niektoré modely sú určené pre banky, niektoré pre výrobné spoločnosti, existujú dokonca modely určené na hodnotenie internetových firiem), pre ktorý región bol vytvorený a vždy pri výbere modelu hrajú dôležitú úlohu osobné preferencie užívateľa. Najpopulárnejšie modely však môžu skrývať potenciálny problém, pretože spoločnosti sa môžu snažiť o manipuláciu údajov, aby si zlepšili klasifikáciu (aktivita známa tiež pod názvom „window dressing“ (10)).

Bankrotné modely bývajú jednoduché na použitie. V mnohých prípadoch sa dajú nájsť na Internete kalkulačky, ktoré po zadaní údajov o firme spočítajú výsledky vybraného modelu. Ako príklad môžeme uviesť (1), ktorá počíta výsledky podľa najznámejšieho bankrotného modelu – Altmanovho Z skóre.

## 2.2 Obmedzenia modelov

Pri výbere a používaní bankrotného modelu je potrebné dať si pozor na obmedzenia daného modelu. Je nutné zistiť, či bankrotný model bol vybudovaný s ohľadom na situáciu, v ktorej ho chceme použiť. Je nezmyselné používať na ohodnotenie modernej európskej internetovej spoločnosti model vytvorený pre americké výrobné spoločnosti z polovice minulého storočia.

Pri výbere modelu je preto potrebné sledovať hlavne nasledujúce znaky:

- Je model určený pre druh spoločnosti, ktorý skúmam?
- Je model relevantný pre danú geografickú oblasť?
- Je model relevantný pre súčasnosť (prípadne pre skúmané obdobie)?
- Mám vstupné údaje pre model?

Bankrotné modely sa spravidla vytvárajú použitím údajov spoločností, ktoré už skrachovali. Výber týchto spoločností je jedným zo zásadných faktorov, ktoré model ovplyvňujú. Pokiaľ je výber spoločností pri tvorbe modelu jednostranný (pretože tvorca modelu chce vybudovať model pre špecifické odvetvie), je pravdepodobné, že model bude relevantný iba pre dané odvetvie. Rovnako to súvisí aj s veľkosťou spoločnosti – model vytvorený pre veľké spoločnosti len ťažko bude platiť v podmienkach malých firiem, napríklad preto, že u veľkých spoločností sú bankroty menej časté (2).

Podmienky pre podnikanie sa v jednotlivých častiach sveta líšia, preto sa líšia aj bankrotné modely v rôznych častiach sveta. Najznámejšie sú modely vytvorené v Spojených štátoch amerických, ale mnohé krajiny majú modely vytvorené s ohľadom na domáce prostredie danej krajiny. Známe sú modely pochádzajúce zo Spojeného kráľovstva (prehľad niektorých môžeme nájsť v (31)). V prípade Českej republiky sú známymi modelmi Indexy dôveryhodnosti manželov Neumaierových.

Podmienky pre firmy sa menia aj v čase. Vytvárajú sa nové odvetvia, staré zanikajú. Rovnako sa mení aj relevancia modelov. Staré modely sú prepracované a vznikajú nové modely, niekedy použitím nových techník. Pre dosiahnutie najlepších výsledkov je teda vhodné používať dostatočne aktuálne modely. Také, ktoré ešte nie sú zastarané, ale už sú dostatočne overené.

Pri použití modelu je potrebné dať si pozor na možnosť, že v prípade nepriaznivého výsledku, tento sa stane sebasplňujúcim. V prípade verejne obchodovateľných podnikov je toto riziko obzvlášť veľké a audítori v niektorých prípadoch nezverejnia prípadné svoje pochybnosti o schopnosti podniku prežiť (21).

Ďalšou vecou, ktorá môže výrazne ovplyvniť použiteľnosť výstupu modelu, sú vstupné dáta. Do modelu dosadzujeme finančné údaje firmy, väčšinou získané z účtovníctva. Formát a obsah účtovných výkazov však môže byť rozdielny od formátu



použitého pri tvorbe modelu. To platí najmä pri modeloch vytvorených pre inú krajinu ako je krajina hodnotenej spoločnosti. Je preto nutné použiť čo najlepšiu aproximáciu požadovaného údaju. V niektorých prípadoch sa ako vstup bankrotného modelu používa pomerový ukazovateľ. V tom prípade je potrebné vedieť, či sa dáta dosadzujú v celých percentách alebo v desatinných číslach. Je dokonca možné, že v rámci jedného modelu sa používajú obidva typy vstupov (5).

Samostatným problémom je pravdivosť dát. Je zrejmé, že pokiaľ dostaneme nepravdivé dáta, nie je možné očakávať správne výsledky. Je však zaujímavé, že v niektorých prípadoch dokázal bankrotný model predpovedať problémy firmami používajúcich „kreatívne účtovníctvo“ skôr, ako to dokázali ratingové agentúry (6).

Okrem bankrotných modelov poznáme ešte bonitné modely. S bankrotnými modelmi majú spoločné to, že hodnotia finančné zdravie podniku na základe finančných ukazovateľov. Nie sú však primárne určené na rozlíšenie bankrotujúcich a nebankrotujúcich spoločností. Ich použitie je viac zamerané na určenie úspešnosti firmami než na predikciu bankrotu. Medzi populárne modely používané v Českej republike a na Slovensku patria Kralicekov QuickTest, index IN99 a Gurčíkov G-Index. V tejto práci sa sústredíme výhradne na bankrotné modely a bonitnými sa nebudeme zaoberať.

## 2.3 Úspešnosť predikcie modelu

Hodnotenie úspešnosti predikcie modelu je možné robiť podľa percent chybných zaradení, ktoré model spôsobí. Chyby modelu sú dvoch druhov - chyby prvého druhu a chyby druhého druhu.

<b>Skutočné zaradenie</b>	<b>Predikované zaradenie</b>	
	Bankrotujúca	Nebankrotujúca
Bankrotujúca	Správne zaradenie	Chyba prvého druhu
Nebankrotujúca	Chyba druhého druhu	Správne zaradenie

Tabuľka 2.1: Druhy chýb.

Chyby prvého druhu spôsobujú, že bankrotujúcu firmu prehlásime za zdravú. To môže spôsobiť stratu, pokiaľ sa podľa výsledku modelu rozhodujeme o tom, či danej firme požičiame peniaze (či si od nej nakúpime dlhopisy). Tomuto typu chyby sa tiež hovorí kreditné riziko (8).

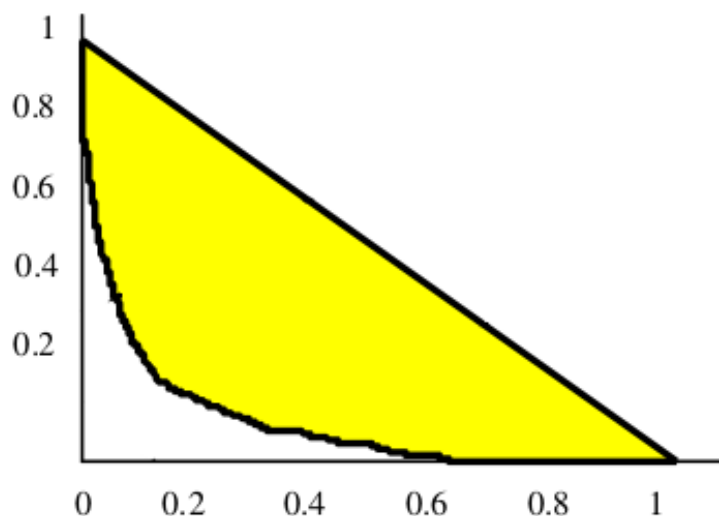
Pri chybe druhého druhu zdravú firmu klasifikujeme ako upadajúcu. V tomto prípade ak odmietneme požičať danej firme peniaze, pripravujeme sa o možný zdroj budúcich príjmov. V prípade, že je naša klasifikácia zverejnená, klasifikovanej spoločnosti hrozí strata dobrej povesti a naša klasifikácia sa môže stať sebanaplňujúcim sa proroctvom. Chybám druhého typu sa niekedy hovorí komerčné riziko (8).

Všeobecne sa chyby prvého druhu (bankrotujúca firma klasifikovaná ako nebankrotujúca) považujú za drahšie ako chyby druhého druhu (14, 5).

Pri hodnotení modelu musíme brať do úvahy oba druhy chýb. Keby sme zisťovali napríklad iba chyby druhého druhu, model, ktorý všetky spoločnosti klasifikuje ako bankrotujúce, by podľa nášho hodnotenia bol ideálnym modelom, pretože chýb prvého druhu sa nedopúšťa. Podobne sa model, ktorý klasifikuje všetky firmy ako úspešné, nedopúšťa chýb druhého druhu.

Výstupom mnohých modelov je číslo, ktoré je porovnávané s hraničnou hodnotou. Podľa vzťahu výstupu a hraničnej hodnoty spoločnosť klasifikujeme. Na určenie vhodnej hranice a na vizuálnu reprezentáciu diskriminačnej sily modelu sa používa ROC krivka (obrázok 2.1).

Jeden z variantov ROC krivky má na jednej osi percentuálne zastúpenie chýb prvého typu a na druhej chýb druhého typu. Body na krivke určujú percentuálne zastúpenie chýb jednotlivých druhov pri rôznej hodnote hranice. Krivka je klesajúca. Pri zmene hranice sa znižuje počet chýb jedného druhu a pribúdajú chyby opačné. Pre model, ktorý klasifikuje spoločnosti ideálne, ROC krivka by bola totožná s osami grafu. Pre model, ktorý nedokáže rozlíšiť upadajúce firmy od neupadajúcich (nediskriminujúci model), je krivkou priamka od sto percent chýb prvého druhu k sto percentám chýb druhého druhu.



Obr. 2.1: ROC krivka. Zdroj: (8)

Ku ROC krivke môžeme priradiť Giniho koeficient, ktorý nám dáva číselné vyjadrenie diskriminácie modelu. Giniho koeficient zistíme z grafu ako pomer plochy medzi krivkou znázorňujúcou náš model a krivkou znázorňujúcou nediskriminujúci model

ku ploche pod krivkou nediskriminujúceho modelu (8). Na obrázku 2.1 je to pomer žltej oblasti k celému trojuholníku. Tento koeficient sa pohybuje v rozmedzí od nuly po jedničku. Dobre fungujúce modely, ktoré majú ROC krivku blízko pri osiach, majú Giniho koeficient blízky jednej. Naopak málo rozlišujúce modely ho majú blízky nule.

Mnohí autori ako ukazovateľ úspešnosti ich modelu používajú práve iba percento správnych zaradení bankrotujúcich a nebankrotujúcich firiem (či už každých zvlášť alebo spoločne). Je samozrejme žiadané, aby mal model percento správnych zaradení čo najvyššie. Model, ktorý má percentuálnu úspešnosť 50 % nie je lepší ako náhodne klasifikujúci model – taký, ktorý zaradí firmu podľa toho, ktorou stranou nahor dopadne hodená minca. Pokiaľ model určí správne menej ako päťdesiat percent spoločností, autor by mal uvažovať o výmene výsledkov klasifikácie. Model, ktorý konzistentne nesprávne klasifikuje 99 % firiem je rovnako dobrý ako model, ktorý 99 % firiem klasifikuje správne, akurát je potrebné otočiť výsledok klasifikácie.

Avšak ani vysoké percento úspešnosti pri klasifikácii nemusí zaručovať, že použitím daného modelu správne klasifikujeme spoločnosť. Percento úspešnosti totiž udáva, s akou pravdepodobnosťou model označí firmu za bankrotujúcu, pokiaľ skutočne bankrotujúcou je. Pri hodnotení firmy nás ale zaujíma opačná pravdepodobnosť – ako je pravdepodobné, že firma zbankrotuje, pokiaľ ju model za bankrotujúcu označil. Táto sa môže veľmi výrazne líšiť od percenta správnej klasifikácie a závisí na podieli bankrotujúcich spoločností medzi všetkými existujúcimi spoločnosťami.

Tento fakt je značne neintuitívny, ako ukazuje známy experiment v oblasti medicíny. V tomto experimente bol pred lekárov postavený nasledovný problém: „Ak viete, že test na rakovinu má v prípade rakoviny 80-percentnú úspešnosť a v prípade, že pacient rakovinu nemá, tak v 9,6 % prípadov dostanete pozitívny výsledok (čiže úspešnosť 90,4 percent) a zo všetkých testovaných pacientov má jedno percento rakovinu, aká je pravdepodobnosť, že pacient s pozitívnym testom rakovinu skutočne má?“ Iba pätnásť percent lekárov získalo správnu odpoveď, ktorou je, že hľadaná pravdepodobnosť je iba 7,8 % (36).

Mnoho bankrotných modelov má úspešnosť podobnú úspešnosti testu v predchádzajúcom príklade. Práve preto je potrebné byť opatrný pri odvodzovaní záverov založených na výsledkoch testov bankrotného modelu. Týmto pohľadom na aplikáciu modelu sa zaoberá Altman v modeli ZETA-Skóre (5), kde určuje apriórnu pravdepodobnosť bankrotu (percento firiem, ktoré bankrotujú) a manželia Neumaierovi v modeli IN05 (25), kde uvádzajú že pravdepodobnosť bankrotu, pokiaľ ich model zaradí firmu medzi bankrotujúce, je 97 percent. Neuvádzajú však postup výpočtu tejto hodnoty.

Úspešnosť bankrotného modelu a zníženie chybných klasifikácií je možné dosiahnuť zavedením šedej zóny. Ide o pásmo hodnôt výstupu z bankrotného modelu, v ktorom bankrotný model o zdraví firmy nehovorí nič. Príliš široká šedá zóna však môže učiť

model nepoužiteľným, pokiaľ do nej spadne výrazne veľké percento podnikov (ako príklad uveďme model CH-Index od Chrastinovej, ktorý, podľa meraní Koptu (19), do šedej zóny klasifikuje viac ako deväťdesiat percent podnikov.

## 2.4 Testovanie modelu

Testovanie modelu znamená zistiť percentuálne zastúpenie chýb prvého a chýb druhého druhu. Služi napríklad na porovnávanie modelov. Model s menším percentom chýb môžeme považovať za lepší. Na to potrebujeme dáta, ktorých klasifikácia je známa.

Niektoré štúdie na testovanie modelu používajú Lachenbruchovu metódu, nazývanú tiež *jackknife* (20). V tejto metóde sa zo vstupných dát vyberie jedna položka a na nej sa otestuje jej zaradenie. Toto sa opakuje, kým sa takto neotestujú všetky položky. Model sa teda testuje na dátach, pomocou ktorých bol vytvorený. V prípade malého množstva dát je táto metóda často nutná.

V prípade dostatku dát je vhodné dáta rozdeliť na dve časti – na tréningovú a na testovaciu množinu. Model sa vytvorí na tréningovej časti a klasifikujú sa nim položky testovacej časti. Táto metóda, na rozdiel od predchádzajúcej, netrpí problémom „preučenia“ – prílišnou viazanosťou na tréningové dáta, ktorá však zhoršuje schopnosť klasifikovať nové dáta.

Pri tréningu je vhodné vyberať si dostatočne rozmanité dáta (samozrejme s ohľadom na zamýšľané použitie modelu). Ako príklad nevhodného výberu dát môže slúžiť historika z vojenského prostredia, kde armáda požadovala automatický systém, ktorý by rozpoznal, či sa v okolí nachádza tank. Vytvorený klasifikátor (v tomto prípade použitím neurónových sietí) dosahoval na vstupných dátach stopercentnú úspešnosť. Rovnako ju dosahoval na časti vstupných dát, na ktorých nebol natrénovaný. Pri ďalšom testovaní sa však zistilo, že na ďalších dátach podáva výsledky podobné náhodným, čo bolo záhadou, až pokým si niekto nevšimol, že v pôvodných dátach bol vždy obrázok tanku pri zamračenom počasí a obrázky bez tankov boli slnečné (13). Klasifikátor určoval niečo úplne iné, ako bolo zamýšľané. V prípade tvorby modelov môže nastať podobná situácia, ak budeme mať napríklad dáta bankrotujúcich podnikov z decembra a zdravých podnikov z februára.

# Kapitola 3

## Metódy tvorby

Bankrotné modely môžeme deliť na kategórie podľa niekoľkých kritérií. Základným kritériom je ich typ, čo je najčastejšie spôsob, akým boli vytvorené. Najčastejšie používané bankrotné modely patria do jednej z nasledujúcich skupín

- Jednorozmerné podielové modely
- Diskriminačná analýza
- Logistická analýza
- Probitová analýza
- Neurónové siete

### 3.1 Jednorozmerné podielové modely

Podielové modely boli veľmi obľúbené do konca šesťdesiatych rokov dvadsiateho storočia, keď boli nahradené viacrozmernými modelmi. Tieto modely používajú na oddelenie bankrotujúcich a nebankrotujúcich spoločností podielové ukazovatele z finančnej analýzy s ktorými pracujú nezávisle. Použitie takéhoto modelu je veľmi jednoduché – pre danú firmu sa spočíta niekoľko pomerových ukazovateľov. Každý ukazovateľ má určenú hranicu. Pokiaľ je hodnota ukazovateľa na jednej strane od tejto hranice, firma sa označí ako krachujúca, pokiaľ na druhej, firma sa označí ako úspešná. Pokiaľ prevažujú ukazovatele na krachujúcej strane, firma sa označí za krachujúcu. Pokiaľ prevažujú ukazovatele na úspešnej strane, označí sa za úspešnú. Tvorba modelu v tomto prípade spočíva najmä vo vybraní použitých pomerových ukazovateľov v určení hraníc pre jednotlivé ukazovatele.

Podielové ukazovatele sa začínajú skúmať koncom devätnásteho storočia, ale až zriadenie Federálneho rezervného systému a schválenie federálnych predpisov o dani z

príjmu v Spojených štátoch amerických spôsobilo zvýšenie dostupnosti a kvality údajov vo finančných výkazoch. To umožnilo Alexandrovi Wallovi roku 1919 vydať dielo „Study of Credit Barometrics“, v ktorom prezentoval sedem pomerových ukazovateľov od 981 firiem a roztriedil ich podľa pôsobiska firmy a odvetvia a spopularizoval myšlienku použitia viacerých ukazovateľov miesto jedného podielu ako absolútneho kritéria (16).

Nasledovalo množstvo štúdií, ktoré skúmali pomerové ukazovatele prosperujúcich a krachujúcich firiem a snažili sa nájsť ukazovatele, ktoré by boli najvhodnejšie pre oddelenie krachujúcich a fungujúcich spoločností. Tieto štúdiá sa rôznili v počte skúmaných spoločností a v počte testovaných pomerových ukazovateľov.

V roku 1930 bola publikovaná štúdia na University of Illinois, ktorá porovnávala dvadsaťštyri ukazovateľov a z nich vybrala osem najlepších. Na to nadviazali Smith a Winakor a porovnaním ukazovateľov ďalších neúspešných firiem zistili že ukazovateľom, ktorý oddeľujú prosperujúce a upadajúce firmy je pomer pracovného kapitálu k celkovým aktívam. Ďalším vysoko vypovedajúcim ukazovateľom bola bežná likvidita (current ratio), ktorá je pomerom medzi krátkodobými aktívami a krátkodobými dlhmi (14).

Významnou štúdiou pomerových ukazovateľov je článok „Financial Ratios As Predictors of Failure“ od Williama Beavera (10) v ktorom preskúmal tridsať pomerových ukazovateľov na vzorke 79 dvojíc firiem Táto štúdia bola predzvesťou ďalších metód, ktoré s jednotlivými pomerovými ukazovateľmi pracovali.

Výhodou jednorozmerných modelov bola ich jednoduchosť. Nevýhodou bolo, že takýto model nezohľadňoval rôznu dôležitosť jednotlivých ukazovateľov ani ich vzájomné závislosti.

## 3.2 Diskriminačná analýza

V diskriminačnej analýze predpokladáme, že máme  $n$  objektov (firiem) a pri každom máme  $k$  údajov a potrebujeme ich roztriediť do kategórií (prežije/neprežije).

Pre každú kategóriu  $i$  existuje nejaké pravdepodobnostné rozdelenie údajov o objektoch, ktoré do nej patria (v našom prípade predpokladáme normálne rozdelenie). Toto je väčšinou neznáme a my ho odhadujeme z tréningových dát.

Potom máme možnosť voľby rozhodovacieho kritéria (podľa čoho sa budeme rozhodovať, do ktorej kategórie zaradíme objekt). Pre nás sú najzaujímavejšie Bayesovské kritérium a tiež často používané kritérium maximálnej vierohodnosti.

Pri kritériu maximálnej vierohodnosti spočítame pre objekt, ktorý chceme klasifikovať pravdepodobnosť, že má dané údaje, pokiaľ patrí do kategórie  $i$  pre každú kategóriu a zaradíme ho do kategórie, pri ktorej je tá pravdepodobnosť najväčšia. Pri Bayesovskom kritériu berieme do úvahy ešte apriórnu pravdepodobnosť, že ob-

	Discriminant analysis	Logit analysis	Probit analysis	Neural networks	Other
1960's	2	0	0	0	1
1970's	22	1	1	0	4
1980's	28	16	3	1	7
1990's	9	16	3	35	11
2000's	63	36	7	40	26

Tabuľka 3.1: Počty modelov v jednotlivých obdobiach podľa typu. Zdroj (14).

jekt do danej triedy patrí (v našom prípade percento zbankrotovaných firiem). Ako sme videli, tento odhad môže výrazne ovplyvniť výsledky klasifikácie. Pokiaľ predpokladáme, že bankrotujúcich a nebankrotujúcich firiem je približne rovnako veľa, kritérium maximálnej vierohodnosti a Bayesovské kritérium dávajú rovnaké výsledky.

Pri tvorbe modelu v diskriminačnej analýze sa snažíme minimalizovať stratu vzniknutú chybným zaradením objektov do nesprávnej skupiny. Strata je funkcia, ktorá hovorí, ako veľmi nám uškodí, keď objekt kategórie  $i$  zaradíme do kategórie  $j$ . Ak použijeme stratu jednotkovú, znamená to, že budeme minimalizovať počet nesprávne zaradených objektov. Do modelu však môžeme pomocou zmeny stratovej funkcie pridať preferenciu, ktoré chyby (prvého či druhého druhu) považujeme za prijateľnejšie. „Bayesovské kritérium minimalizuje celkovú strednú stratu vzniknutú nesprávnou klasifikáciou pre konkrétne ohodnotenie čiastkových strát“ (33).

Ako výstup diskriminačnej analýzy chceme získať lineárnu transformáciu vektoru údajov, ktorá čo najlepšie umožní rozlíšiť medzi objektami rôznych kategórií (chceme nájsť rovnicu, do ktorej dáme ukazovatele) a keď ju nájdeme, tak hľadáme hranicu, ktorá minimalizuje počet nesprávne klasifikovaných objektov. Najjednoduchším riešením, ktorý používajú tvorcovia modelov, a ktoré potom prezentujú v článkoch je použitie štatistického softvéru, ktorý všetku prácu vykoná za nás.

Najznámejšie bankrotné modely sú vyrobené diskriminačnou analýzou, rovnako ako používané modely pochádzajúce z Českej republiky a Slovenska. Diskriminačná analýza bola najpopulárnejšia v sedemdesiatych a osemdesiatych rokoch minulého storočia. Koncom osemdesiatych rokov ju začala vytláčať logitová a probitová analýza a v deväťdesiatych sa najpopulárnejšou metódou stali neurónové siete (tabuľka 3.1).

Výsledok diskriminačnej analýzy sa podobá výsledku, aký by sme dostali z neurónovej siete obsahujúcej jeden neurón (perceptron).

Diskriminačná analýza ma výhodu, že sa ľahko použije a dáva veľmi dobré výsledky. Nevýhodou sú jej predpoklady: kategórie sú jasne oddelené a neprekrývajúce sa, údaje v rámci jednotlivých kategórií sú majú normálne rozdelenie, kovariančná matica pre vektory údajov v oboch kategóriách je rovnaká a je známa apriórna pravdepodobnosť jednotlivých kategórií (8).

### 3.3 Logitová a probitová analýza

Probitová a logitová analýza slúžia, rovnako ako diskriminačná analýza, na kategorizáciu objektov do skupín na základe vektoru známych údajov. Na rozdiel od diskriminačnej analýzy sa však dajú použiť iba na delenie do dvoch skupín. Ukážeme si najprv, ako funguje probitová analýza. Vysvetlenie a použité značenie sú prevzaté z (7).

Majme objekty a pri každom vektor údajov  $\vec{x}$  a jeho zaradenie do jednej zo skupín nech je veličina  $Y$  nadobúdajúca hodnoty nula alebo jedna. V prípade firmií bude vektorom údajov nejaká sústava finančných ukazovateľov a  $Y$  bude nadobúdať hodnotu 1 ak firma prežije a hodnotu 0 ak neprežije. Ako  $Q'$  označíme index

$$Q' = \gamma_0 + \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \dots + \gamma_k x_k$$

ktorý zhrňa vplyv veličín (u nás ukazovateľov) na zaradenie objektu do príslušnej skupiny. Na začiatok predpokladajme, že koeficienty  $\gamma_i$  sú známe. Predpokladajme, že objekt zaradíme do kategórie 1 ak  $Q'$  prekročí určitú prahovú hodnotu  $I$ , čiže ak  $Q' > I$ . Tento prah však nemusí byť pre každý objekt rovnaký, preto veľkosť tohto prahu považujeme za náhodnú veličinu. V probitovej analýze vychádzame z toho, že tento prah má normálne rozdelenie  $I \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Podmienujú pravdepodobnosť zaradenia do kategórie jedna ak nám u objektu vyšiel index  $Q'$  je potom

$$P(I < Q') = P\left(\frac{I - \mu}{\sigma} < \frac{Q' - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{Q' - \mu}{\sigma}\right) = \Phi(Q),$$

kde  $\Phi$  je distribučná funkcia normálneho rozdelenia  $N(\mu, \sigma^2)$  a

$$Q = \frac{Q' - \mu}{\sigma} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k.$$

V probitovej analýze teda počítame pravdepodobnosť zaradenia do skupiny jedna (firma prežije) ako

$$P = \Phi(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k).$$

Na to aby sme mohli spočítať pravdepodobnosť zaradenia do kategórie jedna by sme samozrejme potrebovali poznať koeficienty  $\beta$ . Tie zistíme z tréningových dát metódou maximálnej virohodnosti.

Majme  $n$  objektov a pre objekt  $i$  máme známe hodnoty  $Y_i, x_{i1}, \dots, x_{ik}$ . Usporiadajme ich tak, aby na začiatku (prvých  $m$ ) boli objekty s  $Y_i = 1$ . Pravdepodobnosť, že nám z hodnôt  $x_{ij}$  vyšli hodnoty  $Y$  je potom

$$P_\beta(Y) = \prod_{i=1}^m \Phi(Q_i) \times \prod_{i=m+1}^n (1 - \Phi(Q_i)),$$



kde

$$Q_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k.$$

Pravdepodobnosť  $P_\beta(Y)$  závisí na hodnotách  $\beta_i$ . Keďže máme tréningové dáta a poznáme hodnoty  $Y$ , musí byť táto pravdepodobnosť čo najväčšia. Hodnoty  $\beta$  volíme preto tak, aby sme  $P_\beta(Y)$  maximalizovali.

V probitovej analýze sa predpokladá, že prah  $I$  má normálne rozdelenie. Logitová analýza sa od probitovej analýzy líši tým, že sa predpokladá, že prah má logistické rozdelenie a v analýze funkciu  $\Phi$  (distribučná funkcia štandardizovaného normálneho rozdelenia  $N(0, 1)$ ) nahradíme distribučnou funkciou štandardizovaného logistického rozdelenia

$$L = \frac{1}{1 + e^{-\frac{\pi x}{\sqrt{3}}}}.$$

Funkcie  $\Phi$  a  $L$  sú si podobné, preto dávajú probitová a logitová analýza podobné výsledky.

Priekopníkom využitia logitovej metódy na tvorbu bankrotného modelu bol James Ohlson v roku 1980 (26). Nebol síce prvým, kto použil logitovú analýzu na analýzu finančných údajov, predchádzajúce štúdie sa však buď zaoberali použitím na údaje od bánk, prípadne ich autori nepublikovali.

Ohlson zostavil model použitím deviatich ukazovateľov, pričom kritériom ich výberu bola jednoduchosť. Rovnako zdôvodnil aj výber logistickej funkcie (26).

„Pre neexistenciu teórie bankrotu, neexistuje jednoduché riešenie problému vybrať vhodnú triedu funkcií  $P$ . Z praktického hľadiska, čo môže človek urobiť, je vybrať si na základe výpočtovej a interpretačnej jednoduchosti. Jednou takou funkciou je logistická funkcia“

a tiež

„Model je teda jednoduché interpretovať a to je jeho hlavná (a možno jediná) prednosť“.

Výhodou logitovej aj probitovej analýzy je, že na rozdiel od diskriminačnej analýzy nerobí žiadne predpoklady o pravdepodobnostnom rozdelení nezávislých veličín. Nepotrebuje normálne rozdelenie nezávislých veličín, nepotrebuje rovnaké matice rozptylu pre jednotlivé kategórie a ani nepracuje s apriórnou pravdepodobnosťou bankrotu (8).

Ďalšou výhodou je to, že výstup logitovej či probitovej analýzy leží medzi nulou a jedničkou a priamo udáva pravdepodobnosť zlyhania firmy. Koefficienty pri jednotlivých vstupných premenných sa dajú interpretovať jednotlivo ako indikátor sily závislosti krachu na danom indikátore. Veľkou výhodou je aj to, že je možné použiť umelú premennú na vyjadrenie kvalitatívnej nezávislej premennej, ktorej hodnota nie je spojitá, ale patrí do niektorej z daných kategórií. (8).

Miernom nevýhodou môže byť vo všeobecnosti to, že probitová a logitová analýza funguje iba na rozdeľovanie objektov do dvoch skupín. V prípade klasifikácie spoločnosti na bankrotujúce a nebankrotujúce by to na prvý pohľad nemuselo prekážať, pri tvorbe modelu však tvorca rozdeľuje firmy na krachujúce a nekrachujúce podľa ním určených kritérií, ktoré sa môžu líšiť od kritérií iného tvorca.

Hlavnou nevýhodou probitovej a logitovej analýzy je, že je veľmi citlivá na odľahlé pozorovania – tie, ktoré príliš vybočujú spomedzi ostatných dát. Rovnako má problém s nekompletnými dátami.(8).

### 3.4 Neurónové siete

Neurónové siete sú konštrukciou, ktorá je inšpirovaná fungovaním skutočných nervových buniek v živých organizmoch. Sú najbežnejším príkladom prístupu nazývaného konekcionizmus vo výskume umelej inteligencie. Tento prístup tvrdí, že „inteligentné chovanie sa vynorí spojením veľkého počtu jednoduchých elementov“(9). V prípade umelých neurónových sietí sú týmito jednoduchými elementami umelé neuróny.

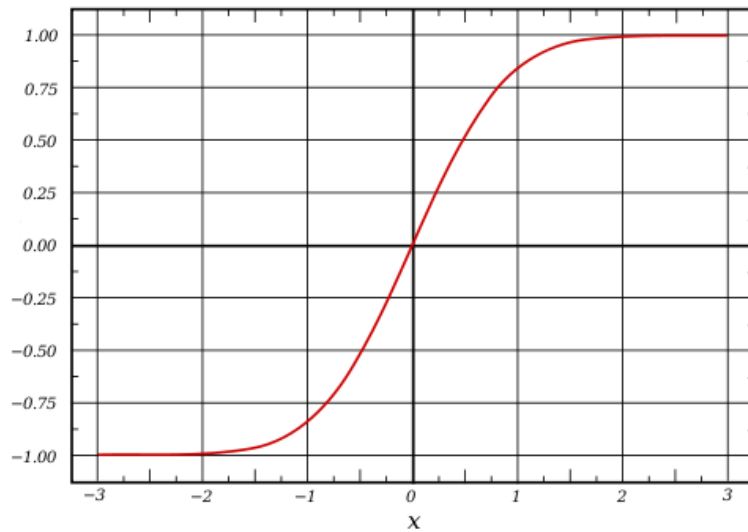
Skutočný neurón sa skladá z tela, dendritov a axónu. Dendrity predstavujú vstupy neurónu. Sú to miesta, kam sa na neurón pripájajú ďalšie nervové bunky. Jeden neurón môže mať väčší počet dendritov. Naproti tomu, axón je na jednom neuróne zvyčajne iba jeden. Tvorí výstup neurónu a na konci sa môže rozvetvovať na viacero strán a spájať sa s ďalšími neurónmi. Dĺžka axónu môže presahovať jeden meter a preto sú niekedy neuróny považované za najväčšie bunky v tele. Spojeniam medzi neurónmi sa hovorí synapsia.

Umelý neurón má rovnako ako biologický neurón svoje vstupy a jeden výstup. Vstupy neurónu majú svoje váhy ( $w_1, w_2, \dots, w_n$ ). Neurón má ešte prah  $\theta$ . Na rozdiel od biologického neurónu, ktorý je typu „všetko alebo nič“ – buď vysielá plnou intenzitou alebo nevysielá vôbec – umelé neuróny môžu mať svoj výstup daný aj spojitou prenosovou funkciou. Najbežnejšie používanou prenosovou funkciou je logistická sigmoidová funkcia (obrázok 3.1)

$f(\xi) = \frac{1}{1+e^{-\xi}}$ , kde  $\xi = \sum_{i=1}^n x_i w_i + \theta$  sa nazýva potenciál neurónu. Sigmoidová funkcia  $f$  je tá istá, ako pri použití logistickej analýzy.

Neurónová sieť je potom skupina neurónov, v ktorej sú vhodne prepojené vstupy a výstupy jednotlivých neurónov a váhy nastavené takým spôsobom, aby po privedení vstupu vydala požadovaný výstup. Prepojenie jednotlivých neurónov si väčšinou vyberá tvorca siete na základe skúseností. Rovnako si vyberá použité vstupy. Váhy jednotlivých prepojení sú potom nastavované použitím tréningových dát a vhodného učiaceho algoritmu. Neurónová sieť sa môže učiť buď s učiteľom alebo samostatne. Na klasifikáciu dát sa používa učenie s učiteľom a tak sa budeme zaoberať iba tým.

Najjednoduchším typom neurónovej siete je perceptron. Ide o jeden neurón so



Obr. 3.1: Sigmoidová logistická funkcia. Zdroj: Wikipédia

skokovou prenosovou funkciou, ktorou sa podobá na biologický neutrón.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{ak } \sum_{i=1}^n x_i w_i \geq \theta \\ 0 & \text{ak } \sum_{i=1}^n x_i w_i < \theta \end{cases}$$

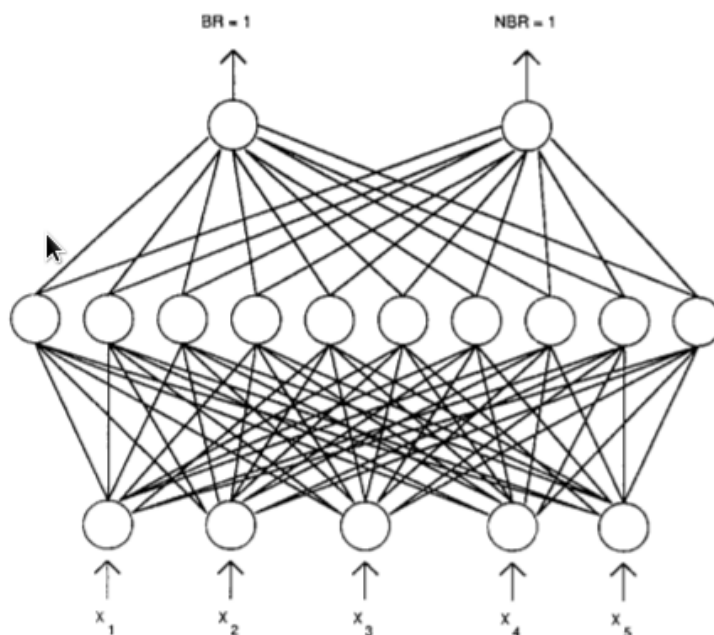
Pokiaľ si prezrieme prenosovú funkciu perceptronu, zistíme, že sa nápadne podobá na funkcie používané v bankrotných modeloch vytvorených inými metódami. Na vstupe máme rôzne ukazovatele, vytvoríme z nich lineárnu kombináciu a pokiaľ tá prekračuje zadanú hranicu, označíme firmu za zdravú, ináč za bankrotujúcu. Samotný perceptron tak môžeme považovať za jednu metódu tvorby bankrotného modelu.

Na učenie perceptronu existuje jednoduchý algoritmus. Ak vstupné dáta považujeme za body v priestore, perceptronová lineárna prenosová funkcia tvorí nadrovinu, ktorá tento priestor delí na dve časti. Na začiatok si náhodne zvolíme váhy vstupov a postupne skúšame jednotlivé vstupy z tréningovej množiny. Pokiaľ perceptron zaradí vstup správne, prejdeme na ďalší. Pokiaľ ho zaradí chybné, zmeníme koeficienty prenosovej funkcie tak, aby sme nadrovinu otočili spôsobom, aby sa chybné zaradené vstup dostal do správnej časti priestoru (22).

Dôležitým tvrdením je, že pokiaľ pre dáta existuje také nastavenie váh, ktoré ich všetky rozdelí správne (hovoríme, že dáta sú lineárne separabilné), toto nastavenie algoritmus nájde po konečnom počte krokov.

Keby teda existovala jedna stopercentne fungujúca lineárna funkcia, ktorá oddelí bankrotujúce a nebankrotujúce firmy, mohli by sme ju nájsť perceptronovým algoritmom. Takáto funkcia však neexistuje a tak sa používajú zložitejšie siete.

Najbežnejšou používanou sieťou je vrstevnatá sieť (obrázok 3.2). Jednotlivé neuróny sú rozdelené do vrstiev tak, že výstupy neurónov z vrstvy  $i$  vrstvy sú pripojené do vstupov neurónov  $i + 1$ . Vo vrstevnatej neurónovej sieti sa prvá vrstva označuje ako vstupná. Neuróny tejto vrstvy svoj vstup nemedia a posielajú ho neurónom nasledujúcej vrstvy. Pre každú položku vstupu existuje jeden neurón vstupnej vrstvy. Výstupná vrstva nám vracia výsledok. V našom prípade je výsledkom zaradenie firmy buď medzi bankrotujúce alebo medzi nebankrotujúce. Na to môžeme požiť jeden výstup, niekedy sa však používajú dva výstupy – jeden výstup označuje bankrotujúcu firmu, druhý zdravú.



Obr. 3.2: Príklad neurónovej siete. Zdroj: (35)

Obyčajne sa používajú neurónové siete s tromi vrstvami – vstupná, skrytá a z výstupná. Takáto sieť dokáže aproximovať ľubovoľnú funkciu použitím konečného počtu neurónov v skrytej vrstve (12). Určenie vhodného počtu neurónov v skrytej vrstve je doteraz nevyriešeným problémom a je vecou experimentovania zistiť, aký počet je vhodný. Odporúčané hodnoty sú medzi polovicou počtu vstupov až po jeho dvojnásobok. Použitie ďalších vrstiev môže zvýšiť schopnosť klasifikácie neurónovej siete, pričom práve pri klasifikácii firiem bolo ukázané, že použitie ďalších vrstiev je skutočným prínosom (29).

Najznámejším a základným algoritmom na učenie neurónovej siete je algoritmus spätného šírenia (back propagation). Tento algoritmus na tréningových dátach porovnáva výstup siete s požadovaným a snaží sa minimalizovať chybovú funkciu, repre-

zentovanú štvorcov rozdielu medzi nimi. Dosahuje to upravovaním váh jednotlivých hrán v neurónoch, pričom využíva derivácie chybovej funkcie, aby našiel smer, ktorým sa pohnúť váhou hrany pre zmenšenie chyby. Spätné šírenie sa k optimu dostáva pomerne pomaly, preto sa spoločne s ním používajú rôzne heuristiky, ktoré ho urýchľujú a vylepšujú.

Výhodami neurónových sietí je, že nepotrebujú žiadne predpoklady na štatistické rozloženie dát, že sú jednoduché na tvorbu a na použitie a tiež to, že dávajú pomerne dobré výsledky. Oproti diskriminačnej analýze, ktorá má dosť silné predpoklady na rozdelenie dát, neurónové siete rovnako ako logitová či probitová analýza tieto predpoklady nemajú. Zatiaľ čo však logitová a probitová analýza vykazuje mierne horšie výsledky, ako diskriminačná analýza, použitie neurónových sietí sa ukazuje byť viac schopné rozpoznávať bankrotujúce firmy než diskriminačná analýza (35, 11, 34, 37).

Jednou z nevýhod neurónových sietí je, že je netriviálne prezentovať natrénovanú sieť v literatúre. Znamenalo by to zapísať prepojenia všetkých neurónov a váhy jednotlivých spojov. Autori modelov založených na neurónových sietiach preto tieto siete neprezentujú, ale zameriavajú sa na porovnanie výsledkov dosiahnutých za použitia neurónových sietí s výsledkami iných metód tvorby modelov.

Ďalšou nevýhodou neurónovej siete je, že z nej nie je zrejmé, ako počíta výsledok. To jednak znamená, že nemáme jednoducho prezentovateľnú rovnicu, do ktorej môžeme dosadiť hodnoty a hneď vidíme výsledok (aj keď pokiaľ máme program s natrénovanou sieťou, jej použitie je skutočne takto priamočiare), zároveň to ale znamená, že nevieme, ako neurónová sieť na výsledok prišla. Takáto sieť je potom vlastne len čiernou skrinkou, pri ktorej veríme, že nám dáva správne výsledky a že skutočne rozpoznáva to, čo od nej chceme. Vyššie spomínaná historka s rozpoznávaním tankov sa týkala práve neurónovej siete, ktorá rozpoznávala niečo iné, ako sa očakávalo. S tým je spojená nevýhoda „preučenia“. Pokiaľ príliš dlho trénujeme neurónovú sieť, môže sa stať, že sa nenaučí rozpoznávať práve tréningové dáta, ktoré si akoby zapamätala a na iných dátach funguje nesprávne.

Nevýhodou je tiež to, že tvorba neurónovej siete je z veľkej časti založená na skúsenostiach tvorcu, ktorý sa musí rozhodnúť pre typ siete, počty vrstiev počty neurónov, ich prepojenie, počiatkové nastavenie váh a algoritmus ich úprav. Na každej z týchto položiek závisí doba učenia sa siete (pri nevhodnom nastavení sa môže stať, že sieť by sa síce naučila správne klasifikovať vstupy, ale trvalo by to príliš dlho na to, aby to bolo reálne uskutočniteľné) a aj to, ako dobre vôbec sieť môže klasifikovať vstupné dáta. Tvorba neurónovej siete je preto ešte stále zatiaľ z väčšej časti umenie než veda.

## Kapitola 4

# Altmanove modely

Modely Edwarda Altmana sú najznámejšími bankrotnými modelmi a v práci zaoberajúcej sa bankrotnými modelmi je nemožné ich vynechať. Prvý zo svojich modelov publikoval už v roku 1968 a šlo o prvý bankrotný model používajúci diskriminačnú analýzu. Od tej doby svoj model niekoľkokrát upravil, aby ho prispôbil novým podmienkam. V sedemdesiatych rokoch bola založená spoločnosť ZETA Services, ktorej podnikanie v oblasti riadenia rizika je založené z veľkej časti práve na jednom variante Altmanovho modelu nazvanom ZETA score.

V tejto kapitole sa pozrieme vývoj Altmanových modelov, na ich použitie a obmedzenia.

### 4.1 Z score, 1968

Altmanov model z roku 1968 (2) je prvým bankrotným modelom používajúcim viac-rozmernú diskriminačnú analýzu. V tom čase používané metódy boli založené na analýze podielových ukazovateľov. Tieto časť výskumníkov začala považovať za zastarané a chýbal im dostatočný teoretický podklad. Altmanov model priniesol do oblasti predpovedania bankrotu novú metódu s dobrým teoretickým základom a zároveň jeho model bol dostatočne použiteľný aj pre prax. Popíšeme si tu teraz podrobnejšie tvorbu tohto modelu a jeho výsledky (podľa (2)).

Altman sa rozhodol použiť pri tvorbe svojho modelu novú techniku zvanú diskriminačná analýza (MDA – multivariate discriminant analysis), ktorá sa v tej dobe úspešne používala na kategorizáciu v oblasti biológie. Aj keď Altmanov článok nie je prvým z oblasti financií používajúci MDA, je prvým, kde sa MDA používa na kategorizáciu firiem na úspešné a neúspešné.

Ako prakticky všetky modely, aj tento je postavený na porovnávaní a analýze finančných údajov zbankrotovaných a nebankrotovaných spoločností. Výber obsa-

hoval 33 výrobných spoločností, ktoré zbankrotovali v období od roku 1946 do roku 1965, a k nim 33 spoločností, ktoré v roku 1966 stále existovali. Použité údaje bankrotujúcich firiem boli z doby jedného roku pred bankrotom. Ako sám Altman uvádza, rozpätie dvadsiatich rokov nie je ideálne, pretože ukazovatele pre priemerné firmy sa v čase majú tendenciu meniť, nebol však dostatok dostupných údajov. Údaje boli zozbierané z publikácie Moody's Industrial Manual, čo je publikácia, ktorú do začiatku osemdesiatych rokov využívala prevažná väčšina tvorcov bankrotných modelov (26). Ku každej zbankrotovanej spoločnosti bola vybraná jedna nebankrotujúca spoločnosť tak, aby bola približne rovnakej veľkosti a z rovnakého odvetvia. Veľkosť vybraných firiem sa pohybovala približne v rozmedzí 1 až 26 miliónov dolárov. Veľkosť je v tomto prípade meraná účtovnou hodnotou aktív. Rozmedzie bolo zvolené týmto spôsobom, pretože pre menšie firmy bol problematické zohnať dostatok údajov a „veľké firmy postihuje bankrot zriedkavo“. Tento predpoklad možno v danej dobe platil, pri tvorbe ďalších verzií Altmanovho modelu sa od neho upustilo, pretože „priemerná veľkosť bankrotujúcich spoločností výrazne narástla“ (5).

Ukazovatele použité pri tvorbe testu Altman neuvádza. Uvádza, že vybral ukazovatele podľa ich popularity v literatúre a podľa toho, ako sa zdali byť relevantné pre jeho účel. Použitím počítačového programu na diskriminačnú analýzu dospel k známemu vzorcu

$$Z = 0,12X_1 + 0,14X_2 + 0,33X_3 + 0,006X_4 + 0,999X_5.$$

$X_1$  je podiel pracovného kapitálu k celkovým aktívam. Pracovný kapitál je definovaný ako rozdiel obežných aktív a krátkodobých záväzkov vrátane krátkodobých bankových úverov. (presnejšie je to rozdiel toho, čo sa v anglickej literatúre označuje ako *current assets* a *current liabilities*). Tento ukazovateľ do celkového vzorca prináša mieru likvidity a podľa Altmana je pri rozlišovaní zdravých a chorých firiem účinnejší ako ukazovatele pohotovostnej a bežnej likvidity.

$X_2$  je pomer zadržaného zisku (zisk z predchádzajúcich období, zisk bežného obdobia a fondy zo zisku (24)) k celkovým aktívam. Tento ukazovateľ v sebe inherentne zahrňuje dobu života firmy, čo je konzistentné s tým, že firma má najväčšiu pravdepodobnosť bankrotu v prvých rokoch svojho života. Je to ale tiež ukazovateľ, ktorým môže vedenie firmy manipulovať.

$X_3$  je podiel zisku pred zdanením a úrokmi k celkovým aktívam, často nazývaný rentabilita aktív. Tento podiel ukazuje produktivitu aktív firmy.

$X_4$  je podiel tržnej hodnoty (súčet cien bežných aj prioritných akcií) firmy k hodnote dlhu (účtovnej). Tento podiel do vzorca pridáva práve tržnú hodnotu firmy. Podľa Altmana má vyššiu rozlišovaciu schopnosť ako podiel vlastného imania a celkových dlhov.

$X_5$  je podiel tržieb k celkovým aktívam. Tento ukazovateľ je zaujímavý tým, že

použitý samostatne neodlišuje bankrotujúce firmy od nebankrotujúcich dostatočne významne, avšak v kombinácii s ostatnými ukazovateľmi použitými vo vzorci je jeho použitie významným.

Pri použití modelu je potrebné dosadiť za  $X_1$  až  $X_4$  v celých percentách (teda 10 miesto 0, 1), pričom za  $X_5$  sa dosadzuje hodnota ako desatinné číslo (teda miesto 200% sa dosadí 2, 0) (3). V článku však túto dôležitú informáciu nenájdeme.

Na otestovanie, či hodnoty  $z$  sú dostatočne rozdielne medzi jednotlivými skupinami firiem je použitý F-test. F-test zisťuje, či sú stredné hodnoty veličín v jednotlivých skupinách meraní štatisticky významne rozdielne. Nulovou hypotézou je rovnosť strednej hodnoty veličiny vo všetkých skupinách, alternatívnou je rozdielnosť aspoň jednej z nich. F-test sa zvyčajne používa pri väčšom počte skupín. Pri dvoch skupinách sa zvyčajne použije t-test.

Altman počíta štatistiku

$$\lambda = \frac{\sum_{g=1}^G N_g (\bar{y}_g - \bar{y})^2}{\sum_{g=1}^G \sum_{p=1}^{N_g} (y_{pg} - \bar{y}_g)^2},$$

kde  $G$  je počet skupín (dve),  $N_g$  je počet firiem v skupine  $g$  (v našom prípade 33 v každej skupine),  $\bar{y}$  je priemer všetkých dát,  $\bar{y}_g$  je priemer v skupine  $g$  a  $y_{pg}$  je hodnota pre firmu  $p$  v skupine  $g$ . Pokiaľ je hodnota tejto štatistiky vyššia ako kritická hodnota  $F$  rozdelenia pri zvolenej hladine významnosti, nulová hypotéza (pozorovania sú z rovnakej populácie) je zamietnutá.

Autor tejto práce sa domnieva, že Altmanom použitá štatistika je nesprávna, pretože čitateľ aj menovateľ zlomku majú byť vydelené stupňami voľnosti, ktorým je v čitateli počet skupín zmenšený o jedna (čo je v tomto prípade jednička) a v menovateli počet údajov zmenšený o počet skupín (tu 64) (32, 15). Altman potom používa hodnotu  $F$  rozdelenia s parametrami (stupňami voľnosti) 5 a 60, pričom použiť by sa mala s parametrami 1 a 64. Keďže údaje pre jednotlivé firmy Altman nezverejňuje, nie je možné vykonať test. Autor však nepredpokladá, že by Altman dospel k iným výsledkom pri správnom použití F-testu alebo vhodnejšieho t-testu.

Pre použitie modelu nestačí vedieť vzorec, potrebné je vedieť, kde zvoliť hranicu medzi bankrotujúcimi a nebankrotujúcimi firmami. Hranica je zvolená tak, aby bol čo najmenší počet chýb prvého aj druhého druhu vo vstupných dátach.

Pre testovanie modelu je preto zvolená hranica 2,675. Na tréningových dátach potom model klasifikuje s 95-percentnou úspešnosťou. Z tridsiatich troch zdravých firiem je jedna klasifikovaná ako bankrotujúca a z tridsiatich troch bankrotujúcich dve ako zdravé. Na tréningových dátach sa však každý model správa dobre. Preto Altman



otestoval model ešte na testovacích dátach. Pre otestovanie chýb prvého druhu (klasifikovanie bankrotujúcej firmy ako zdravej) vybral 25 ďalších bankrotujúcich firiem. Jeho model dosiahol úspešnosť predikcie 96 percent – jedna firma nesprávne klasifikovaná. Presnosť v tomto prípade percentuálne prekonala výsledky na tréningových dátach, kde bola presnosť 94 percent (dve z 33 firiem nesprávne klasifikované). Pre chyby druhého druhu si vybral 66 firiem, ktoré síce nebankrotovali, ale dosiahli v niektorom z rokov 1958 a 1961 stratu. Model v tomto prípade klasifikoval pätnásť z týchto firiem ako bankrotujúce. Jedna z nich ale ešte pred vydaním článku zbankrotovala, počet nesprávne klasifikovaných firiem je teda iba štrnásť. Úspešnosť modelu je v tomto prípade 79 percent, čo je stále dostatočné, ak prihliadneme k tomu, že zvolené boli firmy, ktoré majú podpriemernú výkonnosť.

Pri pokuse použiť model na predikciu bankrotu na viac rokov dopredu úspešnosť modelu veľmi rýchlo klesá a tri roky pred bankrotom je už nepoužiteľný (jeho úspešnosť je 48 percent). Altmanov model je preto možné použiť iba na predikciu blízkeho bankrotu.

Spomenutá hranica skóre 2,675 nie je hranicou, ktorá by bola uvádzaná v literatúre. Altman sa rozhodol deliť firmy na tri skupiny, pričom hodnoty medzi 1,81 a 2,99 reprezentujú šedú zónu. Tieto hodnoty boli vybrané preto, lebo najvyššie skóre, ktoré dosiahla bankrotujúca firma z tréningových dát bolo 2,99 a najnižšie skóre dosiahnuté nebankrotujúcou bolo 1,81. Nad hodnotou 2,99 sa vyskytli už iba zdravé firmy a všetky pod hodnotou 1,81 boli bankrotujúce.

Altmanova metodika bola dosť výrazne skritizovaná v článku od Joya a Tollefsona (17). Hlavnými problémami podľa týchto autorov bolo to, že pri tvorbe použil rovnaké množstvo dát pre bankrotujúce a nebankrotujúce firmy a tiež to, že pri hodnotení modelu na druhotných (testovacích dátach) rovnako nebral ohľad na apriórnu pravdepodobnosť bankrotu.

Podľa týchto autorov by sa pri tvorbe testovacích dát malo dodržiavať rozdelenie jednotlivých skupín rovnaké, ako je v celkovej populácii. To znamená, že ak je pomer bankrotujúcich firiem k nebankrotujúcim rovný  $b : n$ , ten istý pomer by mal byť zachovaný aj pri výbere tréningových dát miesto používaného pomeru 1 : 1, aby veľkosť vzorky pre početnejšiu skupinu nebola obmedzovaná.

Druhá, a podľa autora tejto práce podstatnejšia výčitka sa týka overovania platnosti modelu. Joy a Tollefson chvália použitie testovacích dát (pričom výsledky na tréningových dátach považujú za zbytočné a nemajúce význam), opäť sa však vynára problém s apriórnymi pravdepodobnosťami. Altmanove Testovacie dáta obsahovali celkovo 91 firiem, z toho 66 nebankrotujúcich a 25 bankrotujúcich. Podľa autorov, Altmanov model na dátach nebankrotujúcich firiem nie je štatisticky významne úspešnejší ako model, ktorý náhodne určí firmu za bankrotujúcu s pravdepodobnosťou 25/91.

Ako poslednú uvedieme fakt, že používateľa modelu nezaujímajú až tak pravdepo-

dobnosť, či model určí firmu za bankrotujúcu, ak skutočne bankrotujúca je, ale pravdepodobnosť, či firma, ktorú model určil ako bankrotujúcu skutočne zbankrotuje. V tomto prípade sa ale už bez znalosti pomeru  $b : n$  medzi bankrotujúcimi a nebankrotujúcimi spoločnosťami nevyhneme. Pokiaľ by napríklad bankrotovala iba jedna firma z miliónu (čo je síce veľmi nerealistický predpoklad, ale pre naše účely postačí), model, ktorý všetky firmy určí ako zdravé bude úspešnejší, ako model, ktorý určí správne 99 percent zdravých firiem a 99 percent krachujúcich. Samozrejme, triviálny model v tomto prípade bude mať sto percent chýb prvého druhu (všetky bankrotujúce firmy určí ako nebankrotujúce). V tom prípade záleží na cene chyby prvého a chyby druhého druhu. Pokiaľ bude chyba prvého druhu výrazne drahšia ako chyba druhého druhu, môže sa nám oplatíť používať netriviálny model. Joy a Tollefson spočítali, za predpokladu, že pravdepodobnosť bankrotu je 0,01, že použiť Altmanov model sa oproti použitiu triviálneho modelu vyplatí iba v prípade, že chybné zaradenie bankrotujúcej firmy je približne dvadsať dvakrát drahšie ako chybné zaradenie zdravej firmy.

Ako ďalšie pripomienky uvádzajú, že model nebol otestovaný na predikciu bankrotu, pretože použité testovacie dáta boli z rovnakého obdobia ako tréningové a tiež uvádzajú iný spôsob výpočtu relatívnej významnosti premenných vo vzorci, z ktorého vyplýva, že  $X_5$  je najmenej významným členom (pričom Altman tvrdí, že je druhým najvýznamnejším). Na tieto dva body Altman odpovedal v (4), kde hovorí, že neexistuje žiadna všeobecne uznávaná metóda určenia významnosti jednotlivých premenných v modeli (a ukazuje radenie premenných podľa významnosti v závislosti od niektorej z použitých metód), obhajuje svoju voľbu testovacích dát a nakoniec tvrdí a ukazuje, že výpočty, ktoré tvrdia, že jeho model je výhodný iba za podmienky výrazne väčšej ceny chyby prvého druhu, sú chybné.

## 4.2 ZETA<sup>TM</sup>, 1977

V roku 1977 zverejnil Altman v spolupráci s R. Hadelmanom a P. Naryananom informácie o novom bankrotnom modeli, patriacom firme Wood, Struthers & Winthrop, v ktorej v tom čase Altman pracoval. Táto firma bola neskôr odkúpená firmou Donaldson, Lufkin and Jenrette. Hadelman v roku 1979 založil firmu ZETA Services a od DLJ kúpil model ZETA Score (28).

Keďže tento model je vlastníctvom firmy ZETA Services, jeho kompletný popis nebol zverejnený. Boli však zverejnené niektoré informácie o tomto modeli, ktoré stojí za to spomenúť. Medzi tieto patria napríklad spôsoby, akým autori reagovali na kritiku ohľadne rôznych cien nesprávnej klasifikácie či apriórnej pravdepodobnosti bankrotu a tiež úprava vstupných údajov, výber ukazovateľov a ich normalizácia. Informácie v nasledujúcej časti sú z (5).

Autori mali pre vznik modelu viacero dôvodov. Predchádzajúci model bolo po-

trebné upraviť, pretože prestávali platiť niektoré predpoklady použité pri jeho tvorbe. Rovnako do nového modelu zahrnuli reakcie na kritiku predchádzajúceho Altmanovho modelu. Autori uvádzajú hneď niekoľko bodov, kvôli ktorým bol nový model vytvorený.

1. Zmena veľkosti bankrotujúcich firiem. Predchádzajúci model používal dáta, kde najväčšia spoločnosť mala celkové aktíva v hodnote 26 miliónov dolárov. Pri tvorbe tohto modelu mali všetky spoločnosti aktíva vo veľkosti aspoň dvadsať miliónov dolárov.
2. Použiteľnosť pre viacero odvetví. Predchádzajúce modely boli často špecializované na jedno odvetvie. Altmanov model síce pokrýval širšiu oblasť výrobných firiem, autori modelu sa však rozhodli zahrnúť aj maloobchodných predajcov.
3. Zmeny v účtovníctve. Autori upravili použité údaje, aby zodpovedali vtedy očakávaným zmenám v spôsobe účtovania, aby bol model použiteľný aj na predikciu do budúcnosti.

Trénovacie dáta opäť pozostávali zo skupiny neúspešných a skupiny úspešných firiem – celkovo 53 neúspešných a 58 úspešných. Do skupiny neúspešných bolo zaradených aj päť firiem, ktoré síce nezbankrotovali, ale na ich záchranu bolo nutné použiť neštandardné prostriedky, či už to bola významná vládna pomoc, nútené zlúčenie, alebo prechod pod správu banky.

Pre každú firmu boli použité dáta upravené, aby odrážali prebiehajúce zmeny v účtovaní a tiež aby podávali lepší obraz o stave firmy. Základnou úpravou bola kapitalizácia prenájmov. Všetky prenájmy, či už finančné alebo operatívne boli pridané k aktívam a na strane pasív boli príslušne zvýšené záväzky. Budúce očakávané platby za prenájom boli diskontované sadzbou rovnou 1,1-násobku úrokovej miery vysokokvalitných dlhopisov v danom roku. Ďalšími zmenami boli presuny rezerv do vlastného kapitálu, odstránenie goodwillu a nehmotných aktív, konsolidácia s dcérskymi a vlastnými spoločnosťami a niekoľko ďalších menších úprav.

Po výbere a úprave dát nasledoval výber metódy tvorby modelu a použitých ukazovateľov. Použitá bola diskriminačná analýza, bolo však treba rozhodnúť, či sa použije lineárna alebo kvadratická. Štatistický test, nazývaný tiež  $H_1$  test, na dátach síce ukazoval, že dáta sú vhodné na kvadratickú analýzu, výsledky sa pri použití lineárnej líšili málo a v niektorých prípadoch, hlavne pri pokuse použiť model na predikciu v dlhšom časovom období, dával lineárny model lepšie výsledky ako kvadratický.

Vstupom do nového modelu sa stalo sedem ukazovateľov vybraných tak, že pridaním ľubovoľného ďalšieho sa model príliš nezlepšil, ale odstránením niektorého už nedosahoval uspokojujúce výsledky. Na určenie, ako veľmi sa jednotlivé ukazovatele podieľajú na výsledku modelu autori použili niekoľko testov, čím reagovali na

kritiku Joya a Tollefsona. Autori boli sami prekvapení, že jednotlivé testy im vyšli konzistentne, pretože pri predchádzajúcich štúdiách to rozhodne nebolo pravidlom. Najvýraznejšie sa líšil test (už spomenutý F-test), v ktorom autori zisťovali, ako veľmi jednotlivé ukazovatele odlišujú bankrotujúce firmy od nebankrotujúcich, pokiaľ sú použité samostatne bez kombinácie s ostatnými. Použité boli nasledovné ukazovatele:

1. Rentabilita aktív meraná ako podiel zisku pred zdanením a úrokmi k celkovým aktívam. Tento ukazovateľ, pokiaľ je použitý samostatne, má spomedzi použitých ukazovateľov druhú najväčšiu vypovedaciu schopnosť. V rámci celého modelu však prispieva najmenším dielom.
2. Stabilita príjmov. Autori píšú, že ide o „normalizovanú mieru štandardnej chyby odhadu okolo desaťročného trendu  $X_1$  [rentability aktív]“ a nerozvádzajú, ako presne sa tento ukazovateľ počíta. Keďže, ako sami píšú, riziko sa často vyjadruje prostredníctvom veľkosti odchýlok od očakávania, tento ukazovateľ zrejme meria kolísavosť rentability. Tento ukazovateľ má v celkovom modeli druhú najvyššiu dôležitosť, čo z neho robí obzvlášť dôležitý ukazovateľ, preto je škoda, že nám autori neposkytli viac informácií o jeho výpočte.
3. Miera krytia úrokov počítaná ako podiel úrokom a daňou delená celkovými úrokovými platbami, ktoré zahrňujú aj dopočítané platby týkajúce sa prenájmu. Na tento ukazovateľ je aplikovaný pred použitím v modeli desiatkový logaritmus, aby sa odstránil vplyv príliš odľahlých pozorovaní.
4. Nerozdelený zisk vydelený celkovými aktívami. Tento ukazovateľ je zhodný s ukazovateľom  $X_2$  z predchádzajúceho modelu. V rámci tohto modelu sa jedná jednoznačne o ukazovateľ s najvyššou výpovednou hodnotou.
5. Likvidita meraná ukazovateľom bežnej likvidity (current ratio). Na rozdiel od predchádzajúceho modelu sa v tomto prípade viac osvedčila bežná likvidita než podiel pracovného kapitálu k aktívam.
6. Kapitalizácia meraná ako podiel tržnej hodnoty firmy k celkovému kapitálu. Celkový kapitál je počítaný ako súčet tržnej hodnoty firmy, dlhodobých dlhov a kapitalizovaného prenájmu. Pre každú spoločnosť bol použitý priemer za posledných päť rokov, aby sa vyrovnali krátkodobé výkyvy a tiež aby sa do modelu, rovnako ako v druhom ukazovateli, priniesli trendové dáta. Tento ukazovateľ má v modeli tretiu najvyššiu váhu.
7. Veľkosť firmy meraná logaritmom celkových aktív, opäť upravených najmä o kapitalizáciu prenájmov.

Rovnica modelu bohužiaľ zverejnená nie je, pretože sa jedná o vlastníctvo firmy ZETA Services.

Autori porovnávajú svoj model s modelom z roku 1968 niekoľkými spôsobmi. Používajú ZETA model aj starší Z-skóre model na dátach. Najvýraznejším rozdielom je fakt, že ZETA model funguje významne lepšie ako starším model na dátach viac ako dva roky pred bankrotom. Pôvodný model na takýchto dátach nedával žiadne použiteľné výsledky. Na dátach jeden rok pred bankrotom dávajú oba modely veľmi podobné výsledky.

Najzaujímavejšou časťou článku (5) je vysporiadanie sa s hlavnými bodmi kritiky Joya a Tollefsona a to s apriórnyimi pravdepodobnosťami a s problémom cien rôznych druhov chýb. Model ZETA bol vytvorený tak, aby pri rovnakej apriórnej pravdepodobnosti bankrotu a „nebankrotu“ (polovica všetkých firiem zbankrotuje) a rovnakej cene za obidva druhy chýb bola hraničná hodnota nulová. Zmena apriórnych pravdepodobností a cien chýb potom určuje hraničnú hodnotu modelu nasledovným vzorcom:

$$\text{ZETA}_C = \ln \frac{q_1 C_I}{q_2 C_{II}},$$

kde  $q_1$  resp.  $q_2$  sú pravdepodobnosti bankrotu a prežitia firmy a  $C_I$  a  $C_{II}$  sú ceny jednotlivých druhov chýb. V prípade, že zistíme, že viac firiem má tendenciu bankrotovať ako nebankrotovať, zvýši sa  $q_1$  (a zároveň zníži  $q_2$ ), čím sa posunie hranica v modeli a viac firiem bude klasifikovaných ako bankrotujúce. Rovnako v prípade, že sa zvýši cena za to, že klasifikujeme nesprávne bankrotujúcu firmu ( $C_I$ ), zvýši sa hranica modelu a budeme viac firiem klasifikovať ako bankrotujúce aj za cenu väčšieho podielu chýb druhého druhu.

Očakávaná cena modelu, pokiaľ ho chceme porovnať s inými modelmi je potom

$$E(C_{\text{ZETA}}) = q_1 m_1 C_I + q_1 m_2 C_{II},$$

kde  $m_1$  je podiel chýb prvého druhu (pomer chybných zaradení bankrotujúcich firiem ku všetkým bankrotujúcim) a  $m_2$  podiel chýb druhého druhu.

Autori citujú štatistiku, podľa ktorej v bežnom roku zbankrotuje približne 0,5% všetkých existujúcich firiem. Keďže však za zlyhanie pre účely modelu je možné považovať aj niektoré iné situácie ako vyhlásenie bankrotu (napríklad už zmieňovaná záchrana zo strany vlády – autori zmieňujú firmu Lockheed Aircraft Corp., ktorej dáta použili vo vzorke bankrotujúcich spoločností), použitý pomer je o niečo vyšší. Autori sa rozhodli použiť hodnotu 0,02.

Cena nesprávnej klasifikácie, či už prvého alebo druhého druhu, je značne individuálnou záležitosťou. Autori použili model úverov od komerčných bánk, pri ktorom sa na základe modelu rozhoduje, či firme banka poskytne úver. Cena pre chybu prvého druhu (nerozpoznanie bankrotujúcej firmy) je v tomto prípade percento nesplatených úverov zbankrotovanými firmami. Autori využili dáta z výročných správ dvadsiatich šiestich veľkých bánk a dáta z dotazníkov zaslaných menším bankám. Cenu pre chybu

prvého druhu určili blízko 0,70 a použili túto hodnotu. Ako cenu pre chybu druhého druhu použili rozdiel medzi úrokovou mierou, ktorá by bola použitá pri úvere, ak by firma bola správne klasifikovaná, a úrokovou mierou, ktorú banka získa alternatívnym použitím týchto peňazí. Keďže alternatívne použitie je zvyčajne opäť pôžička s podobnou úrokovou mierou, cena za chybu druhého druhu sa blíži k nule. Alternatívne použitie môže byť ale aj investícia do bezrizikových cenných papierov, čím sa cena chyby druhého druhu zvýši. Autori sa rozhodli použiť hodnotu 0,02 pre  $C_{II}$ .

Cena chyby prvého druhu je takto tridsať päťkrát vyššia ako cena chyby druhého druhu, čo je viac ako Joyom a Tollefsonom vypočítaná hodnota, pri ktorej pôvodný Altmanov model dáva lepší výsledok ako naivný klasifikátor. Autori ZETA skóre porovnávajú očakávanú cenu ich modelu s naivnými klasifikátormi a ukazujú, že cena použitia ich modelu je približne šesťkrát nižšia ako pri použití niektorého z naivných klasifikátorov.

### 4.3 Nové upravené modely, 2000

Altmanov model z roku 1968 sa s obľubou používal napriek svojim nedostatkom až do konca dvadsiateho storočia. V roku 2000 sa Altman rozhodol zmodernizovať svoj model, aby sa dal použiť aj pre firmy, ktoré nie sú obchodované na burze (pripomeňme si, že parameter  $X_4$  má v čitateli práve tržnú cenu akcií). Altman sa rozhodol miesto tržnej hodnoty použiť v  $X_4$  účtovnú hodnotu vlastného kapitálu a prepočítať nové koeficienty. Výsledkom bol vzorec

$$Z' = 0,717X_1 + 0,847X_2 + 3,107X_3 + 0,420X_4 + 0,998X_5$$

so šedou zónou medzi hodnotami 1,23 a 2,90. Altman ukazuje, že tento model klasifikuje porovnateľne s jeho predchádzajúcim modelom, ale zároveň dodáva, že kvôli nedostatku dát nemohol otestovať tento model na druhotnej vzorke testovacích vstupov. Odkazuje preto na model RiskCalc<sup>TM</sup> od firmy Moody's.

Druhou modernizáciou bola adaptácia modelu na použitie pre nevýrobné spoločnosti. V tomto prípade vynechal poslednú premennú  $X_5$  a výsledný vzorec vyšiel

$$Z'' = 6,56X_1 + 3,26X_2 + 6,72X_3 + 1,05X_4$$

V  $X_4$  je opäť v čitateli opäť použitá účtovná hodnota vlastného kapitálu.

Hraničné hodnoty v tomto prípade Altman neuvádza, rovnako neuvádza žiaden postup, ako tento vzorec získal a testovanie komentuje jedinou vetou: „Výsledky klasifikácie sú totožné s výsledkami zmodernizovaného modelu s piatimi premennými ( $Z'$ -Skóre).“ V literatúre sú uvádzané hraničné hodnoty šedej zóny 1,1 a 2,6 (30).

Obidva modernizované modely sú však aj napriek prakticky žiadnym dostupným

informáciám o ich tvorbe a účinnosti s obľubou využívané.

Altman poznamenáva, že totožný vzorec ako pre  $Z''$  použil v modeli na hodnotenie Mexických dlhopisov, kde k nemu pridal absolútny člen (+3,25), aby hraničná hodnota bola nulová, čo je značne nekonzistentné s uvedenými hraničnými hodnotami pre šedú zónu.

Tento model trochu obšírnejšie Altman rozoberá v (6), kde predstavuje „prevod“ medzi  $Z''$ -skóre (variant s pridaným konštantným členom, čiže  $Z'' = 3,25 + 6,56X_1 + 3,26X_2 + 6,72X_3 + 1,05X_4$ ) a ratingovým hodnotením dlhopisov spoločností. Uveďme aspoň, že  $Z''$ -skóre nad 8,15 zodpovedá hodnoteniu AAA a  $Z''$ -skóre pod 1,75 zodpovedá hodnoteniu D (pričom priemerné skóre firiem hodnotených D je nula. Takto zrejme vznikla nulová hranica pre bankrotujúce firmy.

Altman v (6) ešte uvádza na dvoch príkladoch úspech jeho modelu  $Z''$ . Prvým príkladom je spoločnosť Enron, ktorá skrachovala na konci roku 2001. Jeho model  $Z''$  počas dvoch rokov pred bankrotom ukazoval postupné zhoršovanie z hladiny BBB na B, pričom ratingové agentúry až do momentov pred bankrotom pridelovali rating BBB. Druhým uvedeným príkladom je spoločnosť WorldCom, ktorej model prisúdil dva roky pred bankrotom rating ekvivalentný BB-, pričom rating od S&P bol na hodnote A-. V oboch prípadoch pochádzali vstupné dáta z falšovaného účtovníctva, preto nie je prekvapivé, že ani model ani ratingové agentúry nepredpovedali bankrot, model však bol bližšie skutočnej situácii a veľký rozdiel medzi hodnoteniami mohol byť určitým indikátorom následných problémov.

Druhá polovica článku (3) je prakticky doslova kópiou článku (5) s drobnými úpravami (napríklad pri popise úprav vstupných dát z účtovníctva spomína, že tieto úpravy sú dnes povinné podľa účtovných štandardov vydaných v období po tvorbe modelu.

## Kapitola 5

# Bankrotné modely v Českej republike a na Slovensku

V Českej aj Slovenskej republike nie je tvorba bankrotných modelov tak rozšírená ako v zahraničí. Zatiaľ čo zahraničné prehľadové články uvádzajú zoznamy desiatok až stoviek modelov (14, 8), zoznam u nás <sup>1</sup> vytvorených modelov je výrazne kratší. Na jednu stranu to je trochu prekvapivé, pretože dostupnosť dát, ktoré by bolo možné použiť na tvorbu modelu je výborná vďaka povinnosti zverejňovať účtovné závierky v zbierke listín v obchodnom registri, a tvorba modelu je veľkej časti algoritmicky jednoduchá, na druhú stranu, nadbytok modelov vedie k tomu, že žiaden z modelov nie je dostatočne uznávaný a jednotlivé modely sú navzájom neporovnateľné.

Okrem domácich modelov sa u nás používajú vybrané svetové modely. Efektivitu ich použitia, rovnako ako použitie miestnych modelov preskúmal vo svojej dizertačnej práci Jan Sušický (30).

Najpopulárnejšími zahraničnými bankrotnými modelmi sú u nás, rovnako ako v zahraničí, Altmanove modely predstavené v predchádzajúcej časti. Zvyčajne používané sú varianty z roku 2000, ale vyskytne sa aj použitie staršieho modelu Z-skóre z roku 1968.

Model z roku 1968 bol síce vytvorený na základe údajov o šesťdesiatich šiestich výrobných podnikoch obchodovaných na burze v Spojených štátoch amerických v šesťdesiatych rokoch, je používaný dodnes na prakticky všetky druhy podnikov po celom svete. Keďže pre miestne podniky nie sú často k dispozícii údaje, ktoré tento model potrebuje (pripomeňme si, že ukazovateľ  $X_4$  používa tržnú hodnotu všetkých akcií hodnotenej firmy), používajú sa ich aproximácie. Napríklad miesto tržnej hodnoty sa používala účtovná hodnota vlastného kapitálu (30). Tento problém rieši jedna z nových verzií Altmanovho modelu, no aj pri jej použití však treba myslieť na to, že

---

<sup>1</sup>V ďalšom texte slovami *u nás* označujem Českú republiku a Slovensko



údaje z miestnych účtovných výkazov je nutné upraviť, aby čo najviac zodpovedali použitým údajom v Altmanovom modeli.

Napriek všetkému dávajú Altmanove modely v mnohých prípadoch veľmi dobré výsledky v odvetviach, ktoré sú pre ekonomiku Českej republiky dôležité a často sa vyrovnávajú, či dokonca predstihujú niektoré domáce modely (30).

Základnými modelmi domácej výroby sú nasledovné:

- Rodina indexov manželov Neumaierových IN.
- Chrastinovej CH-index.

Medzi modely by sa pravdepodobne dal zahrnúť G-index od Gurčíka (38), ktorý však spadá viac medzi bonitné modely. Sám autor tohto indexu píše „Tvrdenie, že za pomoci tohto indexu môžeme predvídať bankrot podniku, by bolo odvahou“ (38).

Spoločným znakom týchto modelov je, že všetky boli vyrobené pomocou diskriminačnej analýzy rovnako ako Altmanove modely. Očividne je u nás táto metóda stále veľmi populárna, aj keď v zahraničí začínajú prevládať modely založené na neurónových sieťach (14). V nasledujúcich odsekoch si tieto modely popíšeme trochu podrobnejšie.

## 5.1 Indexy IN

Rodina indexov IN je tvorená štyrmi indexmi zostrojenými manželmi Inkou a Ivanom Neumaierovými. Jednotlivé indexy sú označené číslom podľa roku vytvorenia: IN95, IN99, IN01 a IN05. Indexy IN sú kombináciou bankrotných a bonitných modelov, pričom IN95 sa dá najviac považovať za bankrotný, IN99 za bonitný a IN01 je kombináciou bonitného a bankrotného modelu. IN05 je aktualizovaný index IN01.

Index IN95 vznikol v roku 1995 pre potrebu modelu, ktorý by bol špecifický pre vtedajšie české podmienky. Je založený na analýze „24 významných matematicko-statistických modelov podnikového ratingu“ a na „praktických skúsenostiach z analýz finančného zdravia viac ako tisícky českých podnikov“ (24). Model používa šesť pomerových ukazovateľov. Prvých päť z nich je pomerne bežnými ukazovateľmi používanými pri tvorbe podobných modelov po celom svete. Zaujímavým je ale posledný ukazovateľ, ktorým sú záväzky po splatnosti delené výnosmi. Tento ukazovateľ „postihoval v tej dobe slabé miesto ekonomiky – platobnú neschopnosť podniku“ (30).

Ďalšou zaujímavou vlastnosťou tohto modelu je, že koeficienty pri jednotlivých vstupoch sú rozlíšené podľa odvetvia, ktorého sa týkajú. Základná rovnica modelu je (24)

$$IN95 = V_1 \frac{A}{CZ} + 0,11 \frac{EBIT}{U} + V_3 \frac{EBIT}{A} + V_4 \frac{T}{A} + 0,10 \frac{OA}{KZ + KBU} + V_6 \frac{ZPL}{T},$$

kde

**A** sú aktíva,

**CZ** sú cudzie zdroje,

**EBIT** je zisk pred zdanením a úrokmi,

**U** sú nákladové úroky,

**T** sú výnosy,

**OA** sú obežné aktíva,

**KZ** sú krátkodobé záväzky,

**KBU** sú krátkodobé bankové úvery a

**ZPL** sú záväzky po dobe splatnosti.

Pri dvoch ukazovateľoch sú koeficienty pevné, nezávisle od odvetvia ( $V_2$  je 0,11 a  $V_5$  je 0,10). Ostatné koeficienty sa použijú podľa tabuľky 5.1. Niekedy sa v literatúre vyskytuje iba rovnica s koeficientami z posledného riadka tabuľky (18) a miesto výnosov sa v rovnici vyskytujú tržby (27), čo je pravdepodobne spôsobené tým, že autori výnosy označujú písmenom T.

Váhy (koeficienty) sú vypočítané ako „podiel významnosti ukazovateľa ku kriteriálnej hodnote ukazovateľa, to je k váženému priemeru hodnôt tohto ukazovateľa v jednotlivých odvetviach.“ Významnosť autori vypočítali z porovnávacích analýz (24).

Hraničné hodnoty pre „šedú zónu“ sú hodnoty 1 a 2. Podniky s hodnotou indexu nad 2 sú považované za zdravé, podniky s hodnotou pod 1 sú považované za bankrotujúce.

Úspešnosť predikcie tohto ukazovateľa podľa jeho tvorcov v roku zostavenia dosahovala 75%, pričom na dátach z roku 2004 a použití na priemyselné podniky sa jeho úspešnosť zvýšila na 80% (25). Podľa Koptu (19), ktorý testoval modely na poľnohospodárskych podnikoch, model IN95 z bankrotujúcich podnikov správne zaradil 51,79 percent a nesprávne 6,25 percent. Z prežívajúcich podnikov nesprávne zaradil dokonca 35,81 % a správne iba 12,26 %. Ostatné podniky zaradil do šedej zóny (19).

Ďalším z rodiny indexov IN je index IN99. Tento index je však považovaný viac za bonitný, než za bankrotný, spomíname ho iba pre úplnosť.

Indexy IN01 a jeho aktualizovaná verzia IN05 sú kombináciou bankrotného a bonitného pohľadu na spoločnosti. Obidva boli opäť vytvorené pomocou diskriminačnej analýzy. Indexy IN01 aj IN05 už majú pevne dané koeficienty a nediferencujú ich

Názov odvetvia	$V_1$	$V_3$	$V_4$	$V_6$
Poľnohospodárstvo	0,24	21,35	0,76	-14,57
Rybolov	0,05	10,76	0,90	-84,11
Ťažba nerastných surovín	0,14	17,74	0,72	-16,89
Ťažba energetických surovín	0,14	21,83	0,74	-16,31
Ťažba ostatných surovín	0,16	5,39	0,56	-25,39
Spracovateľský priemysel	0,24	7,61	0,48	-11,92
Potravinársky priemysel	0,26	4,99	0,33	-17,38
Textilný a odevný priemysel	0,23	6,08	0,43	-12,73
Kožespracujúci priemysel	0,24	7,95	0,43	-8,79
Drevársky priemysel	0,24	18,73	0,41	-11,57
Papierenský a polygrafický priemysel	0,23	6,07	0,44	-16,99
Koksárne a rafinérie	0,19	4,09	0,32	-2026,93
Výroba chemických výrobkov	0,21	4,81	0,57	-17,06
Gumárenský priemysel a výroba plastov	0,22	5,87	0,38	-43,01
Stavebné hmoty	0,20	5,28	0,55	-28,05
Výroba kovov	0,24	10,55	0,46	-9,74
Výroba strojov a prístrojov	0,28	13,07	0,64	-6,36
Elektrotechnika a elektronika	0,27	9,50	0,51	-8,27
Výroba dopravných prostriedkov	0,23	29,29	0,71	-7,46
Ostatný nezaradený priemysel	0,26	3,91	0,38	-17,62
Elektrina, voda, plyn	0,15	4,61	0,72	-55,89
Stavbníctvo	0,34	5,74	0,35	-16,54
Obchod a opravy motorových vozidiel	0,33	9,70	0,28	-28,32
Spoločné stravovanie a ubytovanie	0,35	12,57	0,88	-15,97
Doprava, sklad a spoje	0,07	14,35	0,75	-60,61
Ekonomika ČR	0,22	8,33	0,52	-16,80

Tabuľka 5.1: Koefficienty modelu IN95. Zdroj: (24)

podľa odvetvia. Obidva tieto indexy sú postavené na dátach od priemyselných podnikov. Rovnica pre IN01 je

$$IN01 = 0,13 \frac{A}{CZ} + 0,04 \frac{EBIT}{U} + 3,92 \frac{EBIT}{A} + 0,21 \frac{V}{A} + 0,09 \frac{OA}{KD},$$

kde  $V$  označuje výnosy a ostatné premenné sú rovnaké ako pri indexe IN95. Hranice šedej zóny sú v tomto prípade hodnoty 0,75 a 1,77. Rovnica pre IN05 sa od rovnice pre IN01 líši nepatrne:

$$IN01 = 0,13 \frac{A}{CZ} + 0,04 \frac{EBIT}{U} + 3,97 \frac{EBIT}{A} + 0,21 \frac{V}{A} + 0,09 \frac{OA}{KD},$$

zmenili sa ale hranice šedej zóny. Dolná hranica sa zvýšila na 0,90 a horná znížila na 1,60.

Podľa tvorcov týchto indexov je úspešnosť klasifikácie podnikov medzi sedemdesiatimi a osemdesiatimi percentami. U indexu IN01 autori uvádzajú, že podnik, ktorý

klesne pod spodnú hranicu šedej zóny, má 86-percentnú pravdepodobnosť bankrotu (23). U IN05 uvádzajú pravdepodobnosť bankrotu pri poklese pod dolnú hranicu až 97 % (25). Pripomeňme si, že táto pravdepodobnosť je odlišná od úspešnosti klasifikácie a významným spôsobom závisí na percente zbankrotovaných podnikov medzi všetkými podnikmi, ktoré ale autori neuvádzajú.

V (30) nájdeme test úspešnosti týchto modelov na dátach z piatich odvetví:

- Poľnohospodárstvo.
- Potravinárstvo.
- Výroba kovových konštrukcií.
- Výroba motorových vozidiel.
- Výroba energie.

Z výsledkov v práci (30) môžeme zistiť, že v poľnohospodárstve a v potravinárstve modely majú tendenciu prisudzovať zlé finančné zdravie, čo sa prejavilo tým, že mali veľký počet chýb druhého druhu (nebankrotujúci podnik zaradený medzi bankrotujúce) pri relatívne malom počte chýb prvého druhu. Pri použití na odvetvia výroby energie sa situácia obrátila a modely miesto toho získali príliš veľké percento chýb prvého druhu – prisudzovali podnikom lepšie zdravie, aké by mali mať. Jedine v odvetví výroby kovových konštrukcií mali modely viac ako päťdesiatpercentnú úspešnosť pri klasifikácii zdravých aj krachujúcich podnikov.

## 5.2 CH-index Chrastinovej

Bankrotný model CH-index od Chrastinovej je bankrotným modelom pochádzajúcimi zo Slovenska zameraným na poľnohospodárske podniky. Vytvorený bol opäť pomocou diskriminačnej analýzy a okrem použitia na Slovensku sa používa aj v Českej republike (30). O tomto indexe je známeho pomerne málo a aj autori, ktorí ho využívajú, citujú ako zdroj (38). Rovnica (prevzatá z (30)) má tvar

$$CH = 0,37 \frac{VH}{A} + 0,25 \frac{VH}{V} + 0,21 \frac{OA}{KZ} - 0,1 \frac{KZ}{V} - 0,07 \frac{CK}{A},$$

kde

**VH** je výsledok hospodárenia,

**A** sú aktíva,

**V** sú výnosy,

**OA** sú obežné aktíva

**KZ** sú krátkodobé záväzky a

**CK** je cudzí kapitál.

Hranice šedej zóny sú u Chrastinovej hodnoty 2,5 a  $-5$ , pričom podniky nad 2,5 sú považované za prosperujúce.

Test úspešnosti tohto modelu práve na poľnohospodárskych podnikoch môžeme nájsť v (19). Hoci CH-index nemal žiadne chyby prvého druhu a iba 1,29 percent chýb druhého druhu, nedá sa považovať v tomto teste za príliš úspešný. Spomedzi úspešných podnikov zaradil 89,68 percent podnikov do šedej zóny a z bankrotujúcich podnikov tam zaradil dokonca 99,11 percent podnikov.

# Kapitola 6

## Záver

V tejto práci sme zhrnuli základné informácie o bankrotných modeloch. Predstavili sme si základnú metodiku tvorby modelov a ich vyhodnocovania. Ukázali sme, ako sa v čase menila popularita metód tvorby modelov od jednoduchej analýzy pomerových ukazovateľov až po použitie neurónových sietí spolu s plusmi a mínusmi jednotlivých metód a niekoľkými príkladmi modelov vytvorených rôznymi metódami.

Na príklade dvoch u nás najčastejšie používaných rodín modelov – Altmanovho modelu Z-skóre a rodiny indexov IN manželov Neumaierových – sme ukázali vývoj modelu v čase, aby zahŕňal zmeny a nové trendy v ekonomike a vo finančnom výkazníctve.

Tiež sme si ukázali niektoré chyby, ako je nepoužívanie apriórnych pravdepodobností bankrotu, či chýbajúca diskusia o cene nesprávnej klasifikácie prvého či druhého druhu, ktorých sa pri tvorbe a hodnotení vytvoreného modelu autori modelov dopúšťajú.

Cieľom práce nebolo priniesť podrobný prehľad čo najväčšieho počtu modelov, preto tu chýbajú napríklad Tafflerove modely (31) či Ohlsonovo skóre (26). Podobný prehľad si môže čitateľ nájsť v literatúre (napríklad v (14) či v (8)). Cieľom bolo zostaviť prehľad problematiky bankrotných modelov s prihliadnutím na České a Slovenské prostredie.

Ďalšie smery, ktorým by sa mohli uberať následné práce zahrňujú

- Vytvorenie prehľadu nových modelov a nových metód na ich tvorbu (prehľad (14) je už šesť rokov starý).
- Preskúmanie účinnosti nových modelov na dátach z Českej republiky a Slovenska (v (30) nájdeme iba vybrané, väčšinou staršie modely)
- Vytvorenie nového modelu použitím nových dát a modernejších metód, než je diskriminačná analýza.

# Literatúra

- [1] Ironwood Advisory. Z score calculator. <http://www.ironwoodadvisory.com/zscore.htm>. online, 2013-01-08.
- [2] Edward I. Altman. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *The Journal of Finance*, 23(4):pp. 589–609, 1968.
- [3] Edward I. Altman. Predicting financial distress of companies: Revisiting the z-score and zeta<sup>®</sup>models. In *Bankruptcy, Credit Risk, and High Yield Junk Bonds*, pages 7 – 36. Blackwell Publishers, Massachusetts, 2002.
- [4] Edward I. Altman and Robert A. Eisenbeis. Financial applications of discriminant analysis: A clarification. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13(1):pp. 185–195, 1978.
- [5] Edward I. Altman, Robert G. Hadelman, and P. Narayanan. Zeta<sup>™</sup> analysis: A new model to identify bankruptcy risk of corporations. *Journal of Banking and Finance*, 1(1):29 – 54, 1977.
- [6] Edward I. Altman and Edith Hotchkiss. *Corporate Financial Distress and Bankruptcy*, chapter 10. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, third edition, 2006.
- [7] Jiří Anděl. *Statistické metody*. Matfyzpress, Praha, 2007.
- [8] Sofie Balcaen and Hubert Ooghe. 35 years of studies on business failure: an overview of the classic statistical methodologies and their related problems. *Vlerick Leuven Gent Working Paper Series*, (15), 2004.
- [9] Roman Barták. Umělá inteligence I. <http://ktiml.ms.mff.cuni.cz/~bartak/ui/lectures/lecture01.pdf>. Prezentácie z prednášok, (online, 2012-10-28).
- [10] William H. Beaver. Financial ratios as predictors of failure. *Journal of Accounting Research*, 4:71 – 111, 1966.
- [11] David T. Cadden. Neural networks and the mathematics of chaos – an investigation of these methodologies as accurate predictors of corporate bankruptcy. In

- The Proceedings of the First International Conference on Artificial Intelligence Applications on Wall Street*, pages 52 – 57. IEEE Computer Society Press, 1991.
- [12] George Cybenko. Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 2:303–314, 1989.
- [13] Neil Fraser. Neuroal network follies. <http://neil.fraser.name/writing/tank/>, 1998. online, (2012-11-23).
- [14] Jodi L. Gissel Bellovary, Don E. Giacomino, and Michael D. Akers. A review of bankruptcy prediction studies: 1930 to present. *Journal of Financial Education*, 33:1 – 43, 2007.
- [15] Jan Hendl. *Přehled statistických metod: Analýza a metaanalýza dat*. Portál, Praha, 4th edition, 2012.
- [16] James O. Horrigan. A short history of financial ratio analysis. *The Accounting Review*, 43(2):pp. 284–294, 1968.
- [17] O. Maurice Joy and John O. Tollefson. On the financial applications of discriminant analysis. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 10(5):pp. 723–739, 1975.
- [18] Katarína Kameníková. Obmedzenia použitia modelov predikcie finančného vývoja podniku v podmienkach slovenskej republiky. *Acta Montanistica Slovaca*, 10(3):337 – 343, 2005.
- [19] Daniel Kopta. Metody predikce finanční tísně u zemědělských podniků. In *International Scientific Days 2006*, Nitra, 2006. Fakulta ekonomiky a manažmentu, Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre.
- [20] Peter A. Lachenbruch. An almost unbiased method of obtaining confidence intervals for the probability of misclassification in discriminant analysis. *Biometrics*, 23(4):639 – 645, 1967.
- [21] Ella Mae Matsumura, K. R. Subramanyam, and Robert R. Tucker. Strategic auditor behavior and going-concern decisions. Social Science Research Network, 1996.
- [22] Iveta Mrázová. Dobývání znalostí. [http://ksvi.mff.cuni.cz/~mraz/datamining/lecture/Dobyvani\\_Znalosti\\_Prednaska\\_Neuronove\\_site.pdf](http://ksvi.mff.cuni.cz/~mraz/datamining/lecture/Dobyvani_Znalosti_Prednaska_Neuronove_site.pdf). Prezentácie z prednášok, (online, 2012-10-28).
- [23] Inka Neumaierova and Ivan Neumaier. *Výkonnost a tržní hodnota firmy*. Grada Publishing, Praha, 2002.



- [24] Inka Neumaierová and Ivan Neumaier. Zkuste spočítat svůj index IN, index důvěryhodnosti českého podniku. *Terno: Časopis pro lidi obklopené trhem: Týdeník pro ekonomické analýzy*, 1(5):7 – 10, 1995.
- [25] Inka Neumaierová and Ivan Neumaier. Index IN95. In *Evropské finanční systémy, sborník příspěvků z mezinárodní vědecké konference*, Brno, 2005. Katedra financí, Ekonomicko-správní fakulta, Masarykova univerzita v Brně.
- [26] James A. Ohlson. Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy. *Journal of Accounting Research*, 18(1), 1980.
- [27] Ctibor Pilch. K modelom hodnotenia finančného zdravia podniku. *Finančné trhy*, (3), 2008.
- [28] ZETA Services. About zeta services. <http://www.zetascore.com/about.html>. online, 2013-01-03.
- [29] A.J. Surkan and J.C. Singleton. Neural networks for bond rating improved by multiple hidden layers. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, volume 2, pages 163–168, 1990.
- [30] Jan Sušický. *Využitelnost bankrotních modelů a jejich aplikace v podmínkách České republiky*. PhD thesis, Česká zemědělská univerzita v Praze, 2011.
- [31] Richard J. Taffler. Empirical models for the monitoring of uk corporations. *Journal of Banking & Finance*, 8(2):199 – 227, 1984.
- [32] Wikipedia. F-test. <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=F-test&oldid=527508124>, 2012. (online, 2013-01-03).
- [33] Wikipedie. Diskriminační analýza. [http://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Diskrimina%C4%8Dn%C3%AD\\_anal%C3%BDza&oldid=8853883](http://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Diskrimina%C4%8Dn%C3%AD_anal%C3%BDza&oldid=8853883), 2012. (online, 2012-10-28).
- [34] Nicholas Wilson and Kwee S. Chong. Neural network simulation and the prediction of corporate outcomes: Some empirical findings. *International Journal of the Economics of Business*, 2(1):31 – 50, 1995.
- [35] Rick L. Wilson and Ramesh Sharda. Bankruptcy prediction using neural networks. *Decision Support Systems*, 11(5):545 – 557, 1994.
- [36] Eliezer S. Yudkowsky. An intuitive explanation of Bayes' theorem. <http://yudkowsky.net/rational/bayes>, 2003. online, 2013-01-06.

- [37] Guoqiang Zhang, Michael Y. Hu, B Eddy Patuwo, and Daniel C. Indro. Artificial neural networks in bankruptcy prediction: General framework and cross-validation analysis. *European Journal of Operational Research*, 116(1):16 – 32, 1999.
- [38] Ľubomír Gurčík. G-index – metóda predikcie finančného stavu poľnohospodárskych podnikov. *Agricultural Economics*, 48(8), 2002.