

Design Experimentu a Statistika - AGA46E

Homework 2 - 17.03.2015

Deadline: 31.03.2015 (paper copy)

Teoretická část

❑ Problem 1

Necht X je náhodná veličina, která nabyvá pouze tři různé hodnoty: hodnotu $X = -2$ s pravděpodobností $P[X = -2] = 0.2$, hodnotu $X = 0$ s pravděpodobností $P[X = 0] = 0.3$ a pak hodnotu $X = 1$ s pravděpodobností $P[X = 1] = 0.5$. Spočítejte střední hodnotu EX a rozptyl $Var X$ pro náhodnou veličinu X . Nakreslete graf pro kumulativní distribuční funkci.

[2 body]

❑ Problem 2

Doba živostnosti jedné žárovky (v hodinách) má přibližně exponenciální rozdělení s parametrem $\lambda = 0.01$ (střední očekávaná doba živostnosti je proto $EX = 1/\lambda = 100$ hodin). Nakoupili jsme 75 kusů stejných žárovek, které jsou na sobě nezávislé. Jaka je pravděpodobnost, že 75 zakoupených žárovek vydrží svítit po celý rok?

(předpokládáme, že vždy svítí pouze jedna žárovka, a když dosvítí, hned ji vyměníme za novou, ak jste nějakou máme - využijte Centrální limitní větu)

[2 body]

❑ Problem 3

Házíme třikrát minci. Označme X počet líc v prvních dvou hodech a pak náhodnou veličinu Y jako počet rubů v posledních dvou hodech. Spočítejte kovarianci náhodných veličin X a Y a korelační koeficient. Jakým způsobem lze interpretovat výslednou hodnotu? [2 points]

❑ Bonus Problem

Uvažujme náhodnou veličinu $X \sim \text{Pois}(\lambda)$, která má střední hodnotu $E(X) = \lambda$. Z definice střední hodnoty overte, že naozaj platí, že $EX = \lambda$.

(navod: použijte vztah $P[X = k] = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$ a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} = e^\lambda$)

Stručné opakování z přednášky

❑ pro náhodnou veličinu X s hodnotami $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ platí: $E[X] = \sum_{i=1}^n x_i P[X = x_i]$;

❑ a pro rozptyl X platí $Var(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E[X])^2 \cdot P[X = x_i]$;

❑ pro X s nekonečně mnoho hodnotami $\{x_1, x_2, \dots\}$ platí $E[X] = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P[X = x_i]$;

❑ kovariance mezi X a Y : $Cov(X, Y) = E[(X - EX)(Y - EY)] = E(XY) - E(X)E(Y)$

❑ pro združenou střední hodnotu $E(XY)$ platí: $E(XY) = \sum_i \sum_j x_i y_j P[X = x_i] P[Y = y_j]$

Prakticka cast v Rku

Nacitejte Air Passenger data passengerData2.csv do programu R a udelejte nasledujici:

1. udelejte krabicovy graf pro celkovy cas letu (total flight time) v zavislosti na prislusnem mesici. Udelejte to same take pro pocet letu (number of flights). Jednou vetou grafy popiste (interpretujte).
2. Vykreslite cekaci doby (waiting time) vzhledem k celkovemu poctu letu (total time of flights).
3. Udelejte nejaky strucny souhrn (popis) pro typ letu (flight type) v zavislosti na pohlavi pasazera.
4. Udelejte krabicovy graf (boxplot) pro cekaci dobu (waiting time) v zavislosti na typu letu (type of flight).
5. Spocete zakladni statisticke charakteristiky pro celkovy cas letu (total flight time) a dobu cekani (waiting time) a vzajemne tyto charakteristiky porovnejte.